

## **Teknik Tiga Paras Terimbuh untuk Kawalan Optimum Penyesuaian Keadaan Pegun Proses Berskala Besar**

Andrew Yap Kian Chung<sup>1</sup> dan Marzuki Mustafa<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Unit Pengilangan dan Pemprosesan, MPOB  
No.6 Persiaran Institusi, Bandar Baru Bangi,  
43000 Kajang, Selangor

<sup>2</sup>Jabatan Kejuruteraan Elektrik, Elektronik dan Sistem,  
Fakulti Kejuruteraan,  
Universiti Kebangsaan Malaysia,  
43600 Bangi, Selangor

Received Date: 13 April 2006    Accepted Date: 7 Februari 2006

---

### **ABSTRAK**

Teknik tiga paras terimbuh dibangunkan untuk meluaskan lagi penggunaan struktur tiga paras tanpa pertukaran maklumat di antara unit kawalan tempatan kepada masalah tidak lurus. Algoritma ini adalah berbentuk hirarki dan penyelesaian yang diperolehi adalah titik set kawalan yang memenuhi keadaan perlu Kuhn-Tucker melalui persepaduan pengoptimuman asas model dengan penganggaran parameter model. Algoritma dibentuk agar ia menggunakan maklumat matematik proses dan ukuran proses sebenar yang didapati dengan cekap. Kelebihannya berbanding dengan algoritma kawalan hirarki yang sama kelas adalah ia tidak memerlukan maklumat terbitan proses sebenar dan tidak ada pertukaran maklumat di antara unit tempatan. Algoritma kawalan ini diselesaikan secara dua peringkat iaitu dalaman dan luaran. Peringkat dalaman mengandungi dua paras iaitu paras penyalaras pekali Kos dan paras pengoptimuman berkekangan manakala kaedah Arah Tasrifan Powell (PCD) digunakan dalam peringkat luaran yang mengira pekali Lagrange,  $\lambda$ . Struktur kawalan ini telah diuji dengan empat masalah simulasi. Keputusan simulasi menunjukkan teknik terimbuh ini dapat menumpu lebih pantas lalu mengurangkan penukaran titik set berbanding kaedah teknik biasa pada sesuatu nilai pekali Lagrange,  $\rho$  dan pekali kemaskini,  $\varepsilon$  yang tertentu bagi masalah cembung. Julat nilai  $\varepsilon$  antara 1.0 ke 1.2 adalah bersesuaian bagi struktur kawalan yang dikaji. Walau bagaimanapun fungsi Lagrangian terimbuh dapat menyelesaikan masalah tidak cembung dengan menggunakan nilai  $\rho$  yang besar. Secara umum, struktur kawalan dengan suap balik maklumat masukan-keluaran dapat mengurangkan penukaran titik set dengan ketaranya dan menumpu dengan lebih cepat berbanding struktur kawalan dengan suap balik maklumat keluaran sahaja.

Kata kunci: Tiga paras terimbuh, pekali Lagrange, masalah tak-linear, pengoptimuman dalaman

## ABSTRACT

The augmented three level technique is developed with the aim to extend the application of the three level structures without information exchange between local control units to a non-linear problem. The algorithm is a hierarchical in structure and the solution obtained is the control set-points to satisfy the Kuhn-Tucker necessary condition via integration of the model based optimization with model parameter estimation. The algorithm structured such a manner that it utilizes efficiently the available process mathematical and real process measurement information. The advantages it has over the same class of hierarchical control algorithms are that it does not require real process derivative information and there is no information exchange between local control units. These control algorithms are solved in two stages which are internal and external. Internal optimization consists of two levels which are Price coordinator level and constrained optimization level while Powell conjugate direction method is used in the external optimization to calculate Lagrange coefficient,  $\lambda$ . This control structures have been tested using four simulation problems. Simulation results show that the augmented technique converges faster thus reduce the set point changes than normal technique method at chosen values of Lagrange multiplier,  $\rho$  and update coefficient,  $\epsilon$  for convex problems.  $\epsilon$  range from 1.0 to 1.2 is suitable for the structures. However augmented Lagrangian function can only solve non-convex problem by using large value of  $\rho$ . Generally, control structure with input-output feed back has less control set points changes and converge faster compared with control structure with output feed back only.

*Key words: Augmented three level, Lagrange coefficient, non-linear problem, Internal optimization*

## PENGENALAN

Sistem kawalan bagi proses industri yang menggunakan titik set kawalan yang optimum biasanya terdiri daripada dua lapisan iaitu lapisan kawalan susulan dan lapisan kawalan penyeliaan. Lapisan kawalan susulan bertujuan mengekalkan pemboleh ubah proses tertentu pada titik set yang dikehendaki walaupun proses terdedah kepada gangguan tindakan pantas manakala lapisan kawalan penyeliaan bertujuan menentukan dan mengekalkan nilai optimum bagi titik set kawalan di bawah gangguan proses perubahan perlahan (Brdys & Roberts 1986). Struktur kawalan yang dikaji mengandaikan bahawa sistem kawalan susulan yang cekap telah direka bentuk dan sedia diperolehi.

Dalam reka bentuk dan pengendalian loji kimia, pengoptimuman proses dapat memperbaiki kedudukan ekonomi proses berkenaan (Edgar & Himmelblau 1988). Penentuan titik set kawalan optimum pada lapisan penyeliaan bagi sesuatu sistem terkawal merupakan suatu masalah pengoptimuman berkekangan. Walau bagaimanapun persamaan pemetaan masukan-keluaran sebenar sistem sukar didapati secara amali. Penggunaan persamaan model hampiran memberikan suatu penyelesaian pada titik set yang suboptimum. Kajian berdasarkan pendekatan struktur kawalan berhierarki telah digunakan untuk memperolehi titik set optimum (Mesarovic et al. 1970).

Teknik Dua Langkah telah dibuktikan gagal memberikan penyelesaian optimum sebenar (Durbeck 1965) lalu dikembangkan menjadi teknik Dua Langkah Terubahsuai (Roberts 1979). Kelemahan kaedah pengoptimuman ini adalah perlu mengganggu sistem terlalu kerap untuk memperolehi maklumat terbitan keluaran proses sebenar yang diperlukan untuk mengira pekali Lagrange,  $\lambda$ , pada setiap penukaran titik set kawalan. Demi mengatasi kelemahan ini, struktur kawalan berbilang paras telah dicadangkan. Struktur kawalan ini mengira nilai pekali Lagrange,  $\lambda$ , pada paras penyalaras kedua menggunakan kaedah arah tasrifan Powell yang tidak memerlukan maklumat terbitan proses sebenar (Brdys & Roberts 1986). Struktur dua paras bagi proses tunggal telah dikaji oleh Chen dan Roberts (1984) manakala struktur kawalan tiga paras terurai bagi proses industri berskala besar tanpa penukaran maklumat antara unit kawalan tempatan dicadangkan oleh Brdys dan Roberts (1986). Walau bagaimanapun struktur kawalan yang dicadangkan belum diuji dengan sebarang masalah kawalan. Dalam kajian ini, struktur kawalan tiga paras tersebut kini dikembangkan dengan menggunakan fungsi Lagrangian terimbuh dan diuji dengan masalah kawalan cembung dan tidak cembung.

**LATAR BELAKANG TEORI**

Sistem kawalan berskala besar boleh dinyatakan dalam suatu bentuk terurai dengan satu set pemetaan masukan-keluaran subsistem.

$$F_i : C_i \times U_i \rightarrow Y_i, i \in \overline{1, N} \tag{1}$$

dengan  $N$  adalah bilangan subsistem dan  $C_i, U_i, Y_i$  adalah ruang berdimensi terhingga

$$y_i = F_i(c_i, u_i), i \in \overline{1, N} \tag{2}$$

dengan pembolehubah  $c_i, u_i$  dan  $y_i$  adalah kawalan subsistem, masukan saling hubung dan keluaran saling hubung masing-masing bagi subsistem ke- $i$  dengan  $c_i \in C_i, u_i \in U_i, y_i \in Y_i$ .

Subsistem dihubungkan dengan persamaan struktur yang diandaikan berbentuk seperti berikut:

$$u_i = H_i y = \sum_{j=1}^N H_{ij} y_j, i \in \overline{1, N} \tag{3}$$

dengan  $H_i, H_{ij}$  adalah matriks saling hubung. Dinyatakan bahawa

$$\begin{aligned} c &\triangleq (c_1, c_2, \dots, c_N) \in C_1 \times C_2 \times \dots \times C_N \equiv C \\ u &\triangleq (u_1, u_2, \dots, u_N) \in U_1 \times U_2 \times \dots \times U_N \equiv U \\ y &\triangleq (y_1, y_2, \dots, y_N) \in Y_1 \times Y_2 \times \dots \times Y_N \equiv Y \end{aligned} \tag{4}$$

Dengan ini persamaan subsistem dan persamaan struktur sistem boleh ditulis dalam bentuk:

$$y = F^*(c, u), u = Hy \tag{5}$$

dengan

$$\begin{aligned} F^* : C \times U &\rightarrow Y, F^*(c, u) = \\ &\{F^*_1(c_1, u_1), \dots, F^*_N(c_N, u_N)\} \\ H &= (H_{ij}), i, j \in \overline{1, N} \end{aligned} \tag{6}$$

Setiap titik kawalan  $c \in C$  wujud suatu penyelesaian tepat bagi persamaan:

$$y = F^*(c, Hy) \tag{7}$$

iaitu, wujud satu keluaran yang tepat dalam saling hubung sistem yang sebenar. Dengan itu keseluruhan sistem boleh dinyatakan dengan satu pemetaan:

$$K^* : C \rightarrow Y, \text{ iaitu } y \triangleq K^*(c) = \{K^*_1(c), \dots, K^*_N(c)\} \tag{8}$$

Hubungan sistem yang sebenar diandaikan

tidak diketahui dengan tepat lalu model penghampiran seperti berikut digunakan.

$$F_i : C_i \times U_i \times A_i \rightarrow Y_i; y_i = F_i(c_i, u_i, \alpha_i) \tag{9}$$

dengan  $A_i$  merupakan suatu ruang berdimensi terhingga dan  $\alpha_i \in A_i$  adalah pembolehubah parameter model bagi subsistem ke- $i$ .

Matriks saling hubung diandaikan diketahui dengan tepat. Pemetaan  $F: C \times U \times A \rightarrow Y$  dengan  $A \triangleq A_1 \times A_2 \times \dots \times A_N$  membentuk  $F_i$  dan pemetaan  $K: C \times A \rightarrow Y$  mewakili model termasuk saling hubung masing-masing boleh ditakrifkan. Kekangan tempatan diandaikan wujud seperti berikut:

$$\begin{aligned} (c_i, u_i, y_i) &\in C_i \times U_i \times Y_i \triangleq \{(c_i, u_i, y_i) \\ &\in C_i \times U_i \times Y_i; G_j(c_i, u_i, y_i) \leq 0; j \in J_i\} \\ G_i(c_i, u_i, y_i) &\triangleq (G_{i1}(c_i, u_i, y_i), \dots, G_{ij}(c_i, u_i, y_i)) \end{aligned} \tag{10}$$

Pemetaan  $G_i$  diandaikan diketahui dengan tepat. Setiap subsistem membentuk fungsi pencapaian tempatan:

$$Q_i : C_i \times U_i \times Y_i \rightarrow R; i \in \overline{1, N} \tag{11}$$

dan fungsi pencapaian keseluruhan sistem  $Q : C \times U \times Y \rightarrow R$  diandaikan berbentuk

$$Q(c, u, y) = \sum_{i=1}^N Q_i(c_i, u_i, y_i) \tag{12}$$

Kawalan optimum sistem sebenar adalah untuk memperoleh titik kawalan optimum  $c_{opt}$  bagi sesuatu masalah kawalan optimum:

$$\min_{c, u, y} Q(c, u, y)$$

yang tertakluk kepada

$$\begin{aligned} y &= F^*(c, u); u = Hy \\ G(c, u, y) &\leq 0 \end{aligned} \tag{13}$$

Model matematik yang digunakan diandaikan adalah parameter titik pada suatu set  $\pi_{c,u}(C, U, Y)$  iaitu bagi setiap  $(\bar{c}, \bar{u}) \in \pi_{c,u}(C, U, Y)$  wujud  $\bar{\alpha} \in A$  agar  $F_i(\bar{c}, \bar{u}) = F_i(\bar{c}, \bar{u}, \bar{\alpha})$  (Brdys 1983).

Sekiranya masalah kawalan optimum adalah tidak cembung, titik optimum tidak akan diperolehi dalam paras pengoptimuman lalu menyebabkan struktur kawalan tiga paras ini gagal menyelesaikan masalah pengoptimuman pada keseluruhannya. Kelemahan ini dapat diatasi dengan menggunakan kaedah Lagrangian terimbuh agar matriks Hessian masalah kawalan

optimum yang tidak cembung sentiasa positif tertakrif (Lowe & Pierre 1975).

Dalam struktur kawalan tiga paras dengan beberapa jenis struktur suap balik maklumat, struktur dengan pertukaran maklumat di antara unit kawalan tempatan dan struktur tanpa pertukaran maklumat di antara unit kawalan tempatan dapat dibezakan. Bergantung kepada keupayaan ukuran, dua struktur dicadangkan. Struktur 1 berdasarkan hanya pada suap balik maklumat keluaran daripada sistem manakala Struktur 2 memerlukan kedua-dua ukuran masukan dan keluaran (Brdys & Roberts 1986).

**STRUKTUR DENGAN MAKLUMAT SUAP BALIK KELUARAN**

Jika ukuran keluaran sistem sebenar boleh didapati, dua pembolehubah baru  $v$  dan  $w$  diperkenalkan kepada masalah kawalan optimum (13) dan dikembangkan berserta dengan imbuhan  $0.5\rho_1\|v - c\|^2$  dan  $0.5\rho_2\|w - u\|^2$  kepada fungsi objektif menjadi

$$\min_{c,u,v,w,\alpha} [q(c, u, \alpha) + 0.5\rho_1\|v - c\|^2 + 0.5\rho_2\|w - u\|^2]$$

tertakluk kepada keadaan berikut:

$$\begin{aligned} u &= HF(c, u, \alpha) \\ g(c, u, \alpha) &\leq 0 \\ F(v, w, \alpha) &= K^*(v) \\ v &= c \\ w &= u \end{aligned} \tag{14}$$

Fungsi Lagrangian terimbuhan yang terbentuk untuk masalah kawalan optimum di atas,  $L_a(\cdot) = L_a(c, u, v, w, \alpha, p, \rho, \lambda, \tau, \mu, \xi)$  adalah

$$L_a(\cdot) = L(\cdot) + 0.5\rho_1\|v - c\|^2 + 0.5\rho_2\|w - u\|^2 + 0.5\rho_3\|K^*(v) - F(v, w, \alpha)\|^2 + 0.5\tau(c, u, \alpha, \xi)$$

dengan

$$\begin{aligned} L(\cdot) &= q(c, u, \alpha) + p^T[u - HF(c, u, \alpha)] + \lambda^T(v - c) + \tau^T(w - u) + \mu^T[K^*(v) - F(v, w, \alpha)] \\ \tau(c, u, \alpha, \xi) &= \sum_{j=1}^m \rho_{2+j} ((\max(0, g_j(c, u, \alpha) + [\xi_j/\rho_{2+j}]))^2 - [\xi_j/\rho_{2+j}]^2) \\ \rho &= (\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_{m+2})^T, \rho_j > 0 \text{ bagi setiap } j = 1, 2, \dots, m+2 \end{aligned} \tag{15}$$

Analisis keadaan perlu Kuhn-Tucker tertib pertama memberikan (Brdys & Roberts 1986)

$$\begin{aligned} \nabla_c L_a &= q'_c(c, u, \alpha) + (Hp^T F'_c(c, u, \alpha)) - \lambda^T \\ &\quad - \rho_1(v - c) + \tau'_c(c, u, \alpha) = 0 \end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned} \nabla_u L_a &= q'_u(c, u, \alpha) + (Hp^T F'_u(c, u, \alpha)) - \tau \\ &\quad - \rho_1(w - u) + \tau'_u(c, u, \alpha) = 0 \end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{aligned} \nabla_v L_a &= \lambda + [(K^{*'}(v) - F'_v(v, w, \alpha))\mu] + \rho_1(v - c) \\ &\quad + [\rho_3(K^{*'}(v) - F'_v(v, w, \alpha))^T(K^*(v) - F(v, w, \alpha))] = 0 \end{aligned} \tag{18}$$

$$\begin{aligned} \nabla_w L_a &= \tau - [F'_w(v, w, \alpha)\mu] + \rho_2(w - u) \\ &\quad - \rho_3[(F'_w(v, w, \alpha))^T(K^*(v) - F(v, w, \alpha))] = 0 \end{aligned} \tag{19}$$

$$\begin{aligned} \nabla_\alpha L_a &= q'_\alpha(c, u, \alpha) - \{H^T p F'_\alpha(c, u, \alpha)\} \\ &\quad + \mu F'_\alpha(v, w, \alpha) + \tau'_\alpha(c, u, \alpha) = 0 \end{aligned} \tag{20}$$

$$\nabla_p L_a = \mu - HF(c, u, \alpha) = 0 \tag{21}$$

$$\nabla_\lambda L_a = v - c = 0 \tag{22}$$

$$\nabla_\tau L_a = w - u = 0 \tag{23}$$

$$\nabla_\mu L_a = K^*(v) - F(v, w, \alpha) = 0 \tag{24}$$

$$\nabla_\xi L_a = 0 \tag{25}$$

$$\xi_j \geq 0; j \in J, i \in \overline{1, N} \tag{26}$$

Penyelesaian persamaan serentak keadaan perlu di atas boleh dirumus semula dengan memberikan nilai tertentu untuk  $\lambda, \tau, p$  dan  $\alpha$  menghasilkan masalah kawalan optimum dalam bentuk berikut (Tatjewki et al. 1990):

$$\min_{c,u} [q(c, u, \alpha) + p^T[u - HF(c, u, \alpha)] - \lambda^T c - \tau^T u + 0.5\rho_1\|v - c\|^2 + 0.5\rho_2\|w - u\|^2]$$

yang tertakluk kepada kekangan tempatan berikut:

$$g(c, u, \alpha) \leq 0 \tag{27}$$

Kini pembolehubah  $\lambda$  dan  $\tau$  dipertimbangkan sebagai parameter. Penyelesaian bagi persamaan (14) dengan pekali Lagrange yang sedapan masing-masing boleh ditulis sebagai  $\hat{c}(\lambda, \tau, \alpha, p, \rho_1, \rho_2), \hat{u}(\lambda, \tau, \alpha, p, \rho_1, \rho_2)$  dan  $\hat{\xi}(\lambda, \tau, \alpha, p, \rho_1, \rho_2)$ . Pada suatu set nilai  $\lambda, \tau, p$  dan  $\alpha$  yang diberi, masalah kawalan optimum di atas memuaskan keadaan perlu, maka set nilai  $[\hat{c}(\lambda, \tau, \alpha, p, \rho_1, \rho_2), \hat{u}(\lambda, \tau, \alpha, p, \rho_1, \rho_2), \lambda, \tau, \alpha, p, \hat{\xi}(\lambda, \tau, \alpha, p, \rho_1, \rho_2)]$  memenuhi persamaan (16), (17), (25) dan (26). Ini bermakna bagi sesuatu nilai  $\lambda$  dan  $\tau$  yang diberi, sebarang penyelesaian set persamaan berikut:

$$\hat{c}(\lambda, \tau, \alpha(v, w), p, \rho_1, \rho_2) = v \quad (28)$$

$$\hat{u}(\lambda, \tau, \alpha(v, w), p, \rho_1, \rho_2) = w \quad (29)$$

$$\hat{u}(\lambda, \tau, \hat{\alpha}(v, w), p, \rho_1, \rho_2) = HF(\hat{c}(\lambda, \tau, \hat{\alpha}(v, w), p, \rho_1, \rho_2), \hat{u}(\lambda, \tau, \hat{\alpha}(v, w), p, \rho_1, \rho_2), \alpha(v, w)) \quad (30)$$

berkenaan kepada  $v, w, p$  bersama-sama dengan  $\lambda, \tau$  dan  $\hat{\xi}(\lambda, \tau, \alpha(v, w), p)$  yang diberi membentuk penyelesaian bagi set persamaan (16), (17), (21)-(26). Walau bagaimanapun persamaan (18), (19) dan (20) tidak dapat dipenuhi bagi sebarang nilai  $\lambda$  dan  $\tau$  yang dipilih.

Bagi nilai  $\lambda$  dan  $\tau$  yang diberi,  $v_f(\lambda, \tau)$ ,  $w_f(\lambda, \tau)$  dan  $p_f(\lambda, \tau)$  yang ditakrifkan sebagai penyelesaian yang wujud bagi persamaan (28), (29) dan (30). Manakala  $\Lambda$  ditakrifkan sebagai satu set semua nilai bagi  $\lambda$  dan  $\tau$  yang mempunyai penyelesaian sebegini. Jelas kelihatan bahawa set  $\Lambda$  tidak kosong jika masalah kawalan optimum adalah cembung dan wujud penyelesaian, iaitu

$$c_{opt} = v_f(\lambda_{opt}, \tau_{opt}) \quad (31)$$

dengan  $\lambda_{opt}$  dan  $\tau_{opt}$  adalah pekali Lagrange yang menghasilkan titik optimum  $c_{opt}$ . Takrifan  $\hat{c}(\cdot)$ ,  $\hat{u}(\cdot)$  dan  $\hat{\alpha}(\cdot)$  memastikan setiap nilai  $(\lambda, \tau) \in \Lambda$ , kawalan  $v_f(\lambda, \tau)$ , dan masukan saling hubung  $w_f(\lambda, \tau)$  yang dihasilkan memenuhi kekangan sistem sebenar. Dengan ini, nilai  $\lambda$  dan  $\tau$  yang bersesuaian boleh diperolehi melalui pengoptimuman indeks pencapaian sistem,  $Q(\cdot)$  pada subset bagi set mungkin sistem  $CUY \{(c, u, y) \in C \times U \times Y : c = v_f(\lambda, \tau), u = w_f(\lambda, \tau), y = K^*(v_{\tau}(\lambda, \tau))\}$  yang bersamaan dengan

$$\min_{\lambda, \tau} [q_f(\lambda, \tau) \triangleq q(v_f(\lambda, \tau), w_f(\lambda, \tau), \hat{\alpha}(v_f(\lambda, \tau), w_f(\lambda, \tau))) + \rho_1 \|v - c\|^2 + \rho_2 \|w - u\|^2]$$

$$\text{tertakluk kepada } (\lambda, \tau) \in \Lambda \quad (32)$$

Paras penyeliaan menggunakan algoritma pengoptimuman tidak berkekangan yang tidak memerlukan pengiraan kecerunan. Pengoptimuman pada paras ini hanya dapat dilakukan berdasarkan kepada nilai fungsi sahaja kerana hubungan fungsi  $q(\lambda, \tau)$  yang tepat tidak diketahui (Chen & Roberts 1984). Dengan ini terbitan pertama  $q(\lambda, \tau)$  juga tidak diperolehi.

Dengan menggunakan persamaan (27) hingga (30) dan (32), kawalan  $c_{opt}$  diperolehi sebagai penyelesaian persamaan ini mengikut struktur seperti ditunjukkan dalam Rajah 1 yang

merupakan kaedah struktur kawalan tiga paras dengan maklumat suap balik keluaran tanpa penukaran maklumat di antara unit kawalan subsistem. Rajah 2 menunjukkan carta alir bagi algoritma tersebut.

### STRUKTUR DENGAN MAKLUMAT SUAP BALIK MASUKAN-KELUARAN

Struktur kawalan ini diandaikan bahawa kedua-dua ukuran keluaran dan masukan sistem sebenar boleh diperolehi, masalah kawalan optimum (13) boleh ditulis sebagai

$$\min_{c, u} [q(c, u, \alpha) + 0.5\rho_1 \|v - c\|^2 + 0.5\rho_2 \|u - HK^*(v)\|^2]$$

tertakluk kepada kekangan tempatan

$$\begin{aligned} g(c, u, \alpha) &\leq 0 \\ F(v, HK^*(v), \alpha) &= K^*(v) \\ u &= HK^*(v) \\ v &= c \end{aligned} \quad (33)$$

Fungsi Lagrangian terimbuhan yang terbentuk untuk masalah kawalan optimum di atas,  $L_a(\cdot) = L_a(c, u, v, \alpha, p, \rho, \lambda, \tau, \mu, \xi)$  adalah

$$L_a(\cdot) = L(\cdot) + 0.5\rho_1 \|v - c\|^2 + 0.5\rho_2 \|u - HK^*(v)\|^2 + 0.5\tau(c, u, \alpha, \xi)$$

dengan

$$L(\cdot) = q(c, u, \alpha) + p^T [u - HK^*(v)] + \lambda^T (v - c) + \mu^T [F(v, HK^*(v), \alpha) - K^*(v)]$$

$$\tau(c, u, \alpha, \xi) = \sum_{j=1}^m \rho_{2+j} ((\max(0, g_j(c, u, \alpha) + [\xi_j / \rho_{2+j}]))^2 - [\xi_j / \rho_{2+j}]^2)$$

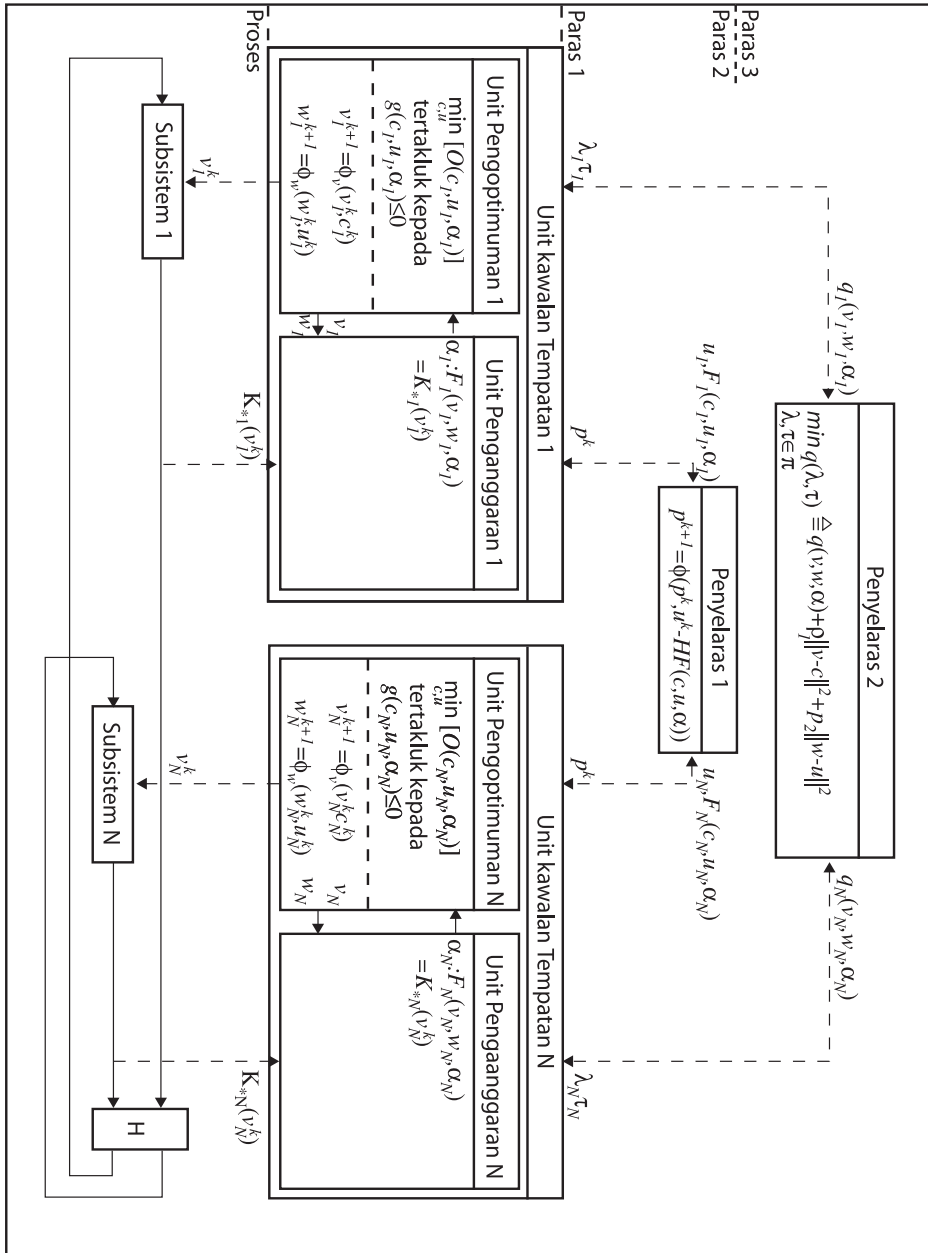
$$\rho = (\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_{m+2})^T, \rho_j > 0 \text{ bagi setiap } j = 1, 2, \dots, m+2 \quad (34)$$

Analisis keadaan perlu Kuhn-Tucker memberikan:

$$\nabla_c L_a = q'_c(c, u, \alpha) - \lambda^T - \rho_1(v - c) + \tau'_c(c, u, \alpha) = 0 \quad (35)$$

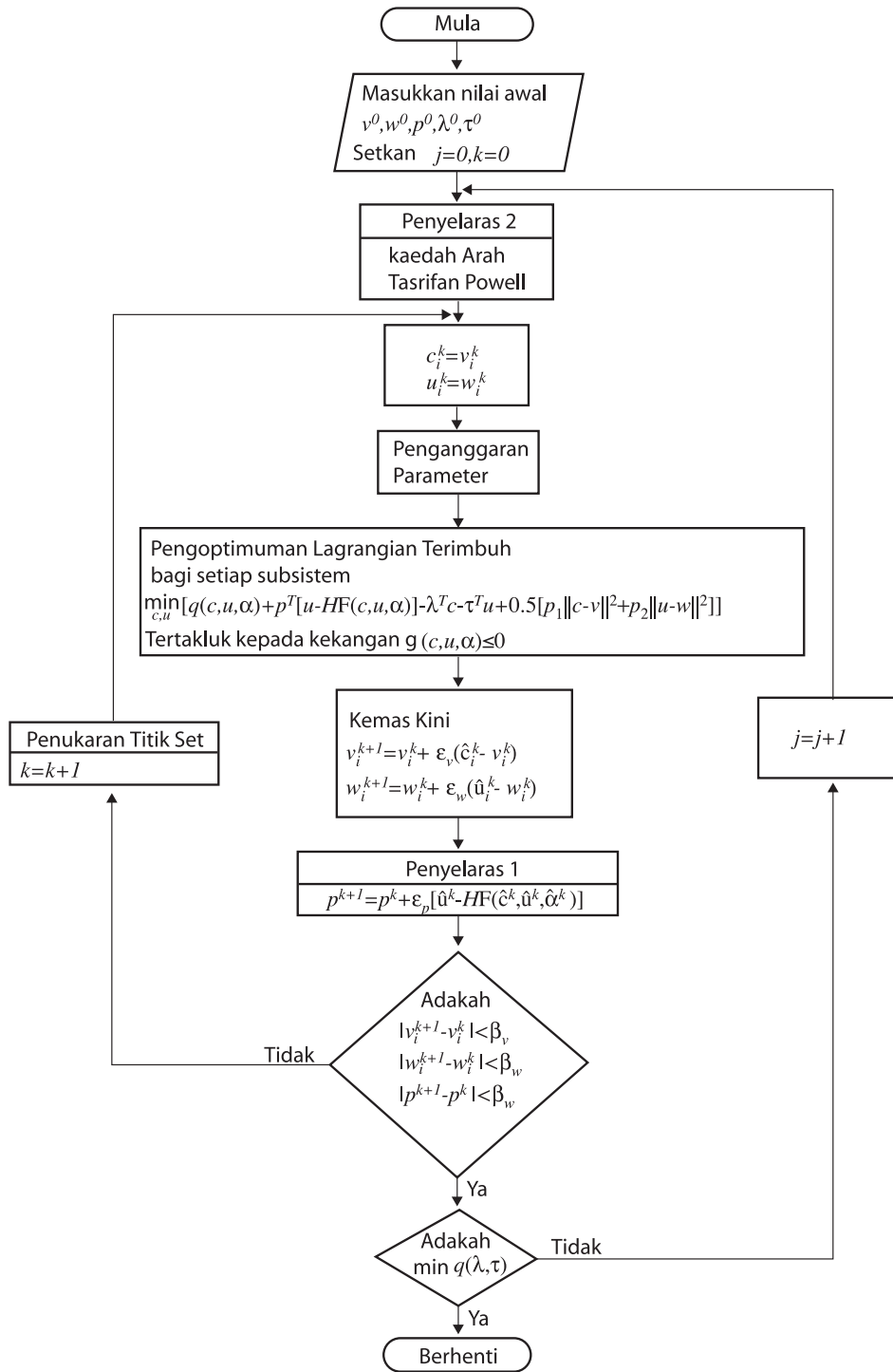
$$\nabla_u L_a = q'_u(c, u, \alpha) + p + \rho_2(u - HK^*(v)) + \tau'_u(c, u, \alpha) = 0 \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \nabla_v L_a &= \lambda - (H^T p K^*_{*v}(v)) + \mu [F'_v(v, HK^*(v), \alpha) \\ &\quad - K^*_{*v}(v)] + \rho_1(v - c) \\ &\quad - [\rho_2(u - K^*(v)) HK^*_{*v}(v)] = 0 \end{aligned} \quad (37)$$



$$0(c_j, u_j, y_j) = q(c_j, u_j, y_j) + p^T [u_j - HF(c_j, u_j, y_j)] - \lambda_j^T c_j - \tau_j^T u_j + 0.5 \alpha_j \|u_j - c_j\|^2 + 0.5 \alpha_j \|w_j - u_j\|^2 \quad i = 1, \dots, N.$$

RAJAH 1. Struktur Kawalan Tiga Paras dengan Suap Balik Maklumat Keluaran



RAJAH 2. Carta Alir Struktur Tiga Paras Dengan Suap Balik Maklumat Keluaran

$$\nabla_{\alpha} L_a = q'_{\alpha}(c, u, \alpha) + \mu F'_{\alpha}(v, HK^*(v), \alpha) + \tau_{\alpha}(c, u, \alpha) = 0 \tag{38}$$

$$\nabla_p L_a = \mu - HK^*(v) = 0 \tag{39}$$

$$\nabla_{\lambda} L_a = v - c = 0 \tag{40}$$

$$\nabla_u L_a = F(v, HK^*(v), \alpha) - K^*(v) = 0 \tag{41}$$

$$\nabla_{\xi} L_a = 0 \tag{42}$$

$$\xi_j \geq 0; j \in J, i \in \overline{1, N} \tag{43}$$

Penyelesaian persamaan serentak keadaan diperlukan di atas untuk membolehkan perumusan semula dengan untuk memberikan nilai tertentu untuk  $\lambda, p$  dan  $\alpha$  menghasilkan masalah kawalan optimum dalam bentuk berikut (Tatjewki et al. 1990):

$$\min_{c,u} [q(c, u, \alpha) + p^T u - \lambda^T c + 0.5\rho_1 \|v - c\|^2 + 0.5\rho_2 \|u - HK^*(v)\|^2]$$

yang tertakluk kepada kekangan tempatan

$$g(c, u, \alpha) \leq 0 \tag{44}$$

Kini pembolehubah  $\lambda$  dipertimbangkan sebagai parameter. Penyelesaian bagi persamaan (33) dengan pekali Lagrange yang sepadan masing-masing boleh ditulis sebagai  $\hat{c}(\lambda, \alpha, p, \rho_1, \rho_2)$ ,  $\hat{u}(\lambda, \alpha, p, \rho_1, \rho_2)$  dan  $\hat{\xi}(\lambda, \alpha, p, \rho_1, \rho_2)$ . Pada suatu set nilai  $\lambda, p$  dan  $\alpha$  yang diberi, masalah kawalan optimum di atas memuaskan keadaan perlu, maka set nilai  $[\hat{c}(\lambda, \alpha, p, \rho_1, \rho_2), \hat{u}(\lambda, \alpha, p, \rho_1, \rho_2), \lambda, \alpha, p, \hat{\xi}(\lambda, \alpha, p, \rho_1, \rho_2)]$  memenuhi persamaan (35), (36), (42) dan (43). Ini bermakna bagi sesuatu nilai  $\lambda$  yang diberi, sebarang penyelesaian set persamaan berikut:

$$\hat{c}(\lambda, \hat{\alpha}(v), p, \rho_1, \rho_2) = v \tag{45}$$

$$\hat{u}(\lambda, \hat{\alpha}(v, w), p, \rho_1, \rho_2) = HK^*(v) \tag{46}$$

berkenaan kepada  $v, p$  dan  $\lambda$  serta  $\hat{\xi}(\lambda, \hat{\alpha}(v), p, \rho_1, \rho_2)$  yang diberikan membentuk penyelesaian bagi set persamaan (35), (36), (39)-(43). Walau bagaimanapun persamaan (37) dan (38) tidak dapat dipenuhi bagi sebarang nilai  $\lambda$  yang dipilih.

Bagi nilai  $\lambda$  yang diberi,  $v_f(\lambda)$  dan  $p_f(\lambda)$  yang ditakrifkan sebagai penyelesaian yang wujud bagi persamaan (35), (36), (42) dan (43). Manakala

$\Lambda$  ditakrifkan sebagai satu set semua nilai bagi  $\lambda$  yang mempunyai penyelesaian sebegini. Jelas kelihatan bahawa set  $\Lambda$  tidak kosong jika masalah kawalan optimum adalah cembung dan wujud penyelesaian, iaitu

$$c_{opt} = v_f(\lambda_{opt}) \tag{47}$$

dengan  $\lambda_{opt}$  adalah pekali Lagrange yang menghasilkan titik optimum  $c_{opt}$ . Takrifan  $\hat{c}(\cdot), \hat{u}(\cdot)$  dan  $\hat{\alpha}(\cdot)$  memastikan bagi setiap nilai  $\lambda \in \Lambda$ , kawalan  $v_f(\lambda)$  yang dihasilkan memenuhi kekangan sistem sebenar. Dengan ini nilai  $\lambda$  yang bersesuaian boleh didapati dengan pengoptimuman indeks pencapaian sistem,  $Q(\cdot)$  pada subset bagi set mungkin sistem  $CUY \{(c, u, y) \in CxUxY: c = v_f(\lambda), u = HK^*(v_f(\lambda)), y = K^*(v_f(\lambda))\}$  yang bersamaan dengan

$$\min_{\lambda} [q_f(\lambda) \triangleq q(v_f(\lambda), HK^*(v_f(\lambda)), \alpha(v_f(\lambda))) + \rho_1 \|v - c\|^2 + \rho_2 \|u - HK^*(v)\|^2] \text{ tertakluk kepada } \lambda \in \Lambda \tag{48}$$

pada paras penyeliaan menggunakan algoritma pengoptimuman tidak berkekangan yang tidak memerlukan pengiraan kecerunan. Pengoptimuman pada paras ini hanya dapat dilakukan berdasarkan kepada nilai fungsi sahaja kerana hubungan fungsi  $q(\lambda)$  yang tepat tidak diketahui (Chen & Roberts 1984). Dengan ini terbitan pertama  $q(\lambda)$  juga tidak diperolehi.

Dengan menggunakan persamaan (44) hingga (46) dan (48), dan kawalan  $c_{opt}$  diperolehi sebagai penyelesaian persamaan ini mengikut struktur seperti ditunjukkan dalam Rajah 3 yang merupakan struktur kawalan tiga paras dengan maklumat suap balik masukan-keluaran tanpa penukaran maklumat di antara unit kawalan subsistem. Rajah 4 menunjukkan carta alir bagi algoritma tersebut.

**MASALAH SIMULASI**

Empat masalah kawalan telah digunakan untuk kajian simulasi kaedah tiga lapis terimbuh. Dalam masalah kawalan pertama, suatu sistem terkawal yang terdiri daripada tiga subsistem. Persamaan indeks pencapaian bagi subsistem masing-masing diberikan dalam persamaan (49).

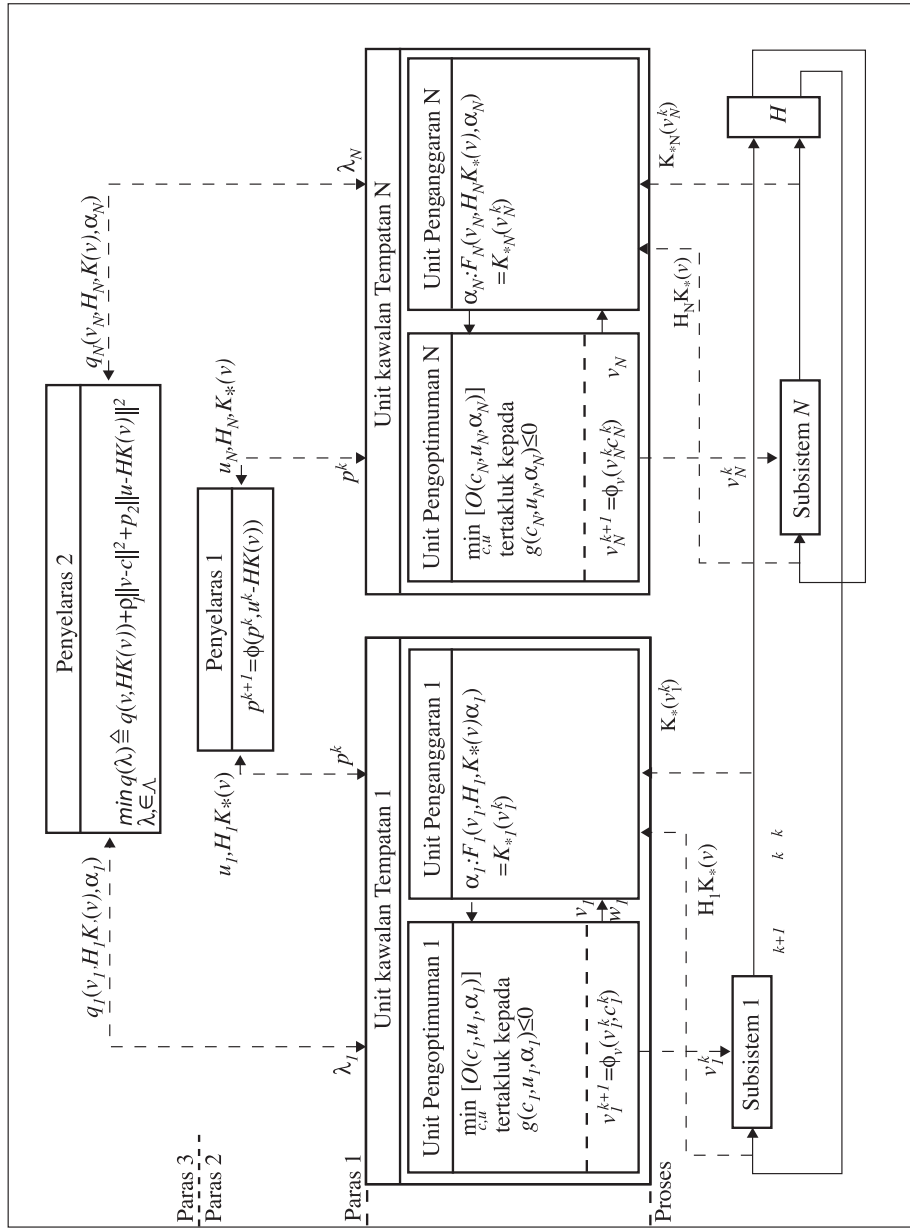
Subsistem 1

$$y_1 = c_1 - c_2 + 2u_{11} + \alpha_1$$

$$y_1^* = 1.3c_1 - c_2 + 2u_{11} + 0.15u_{11}c_1$$

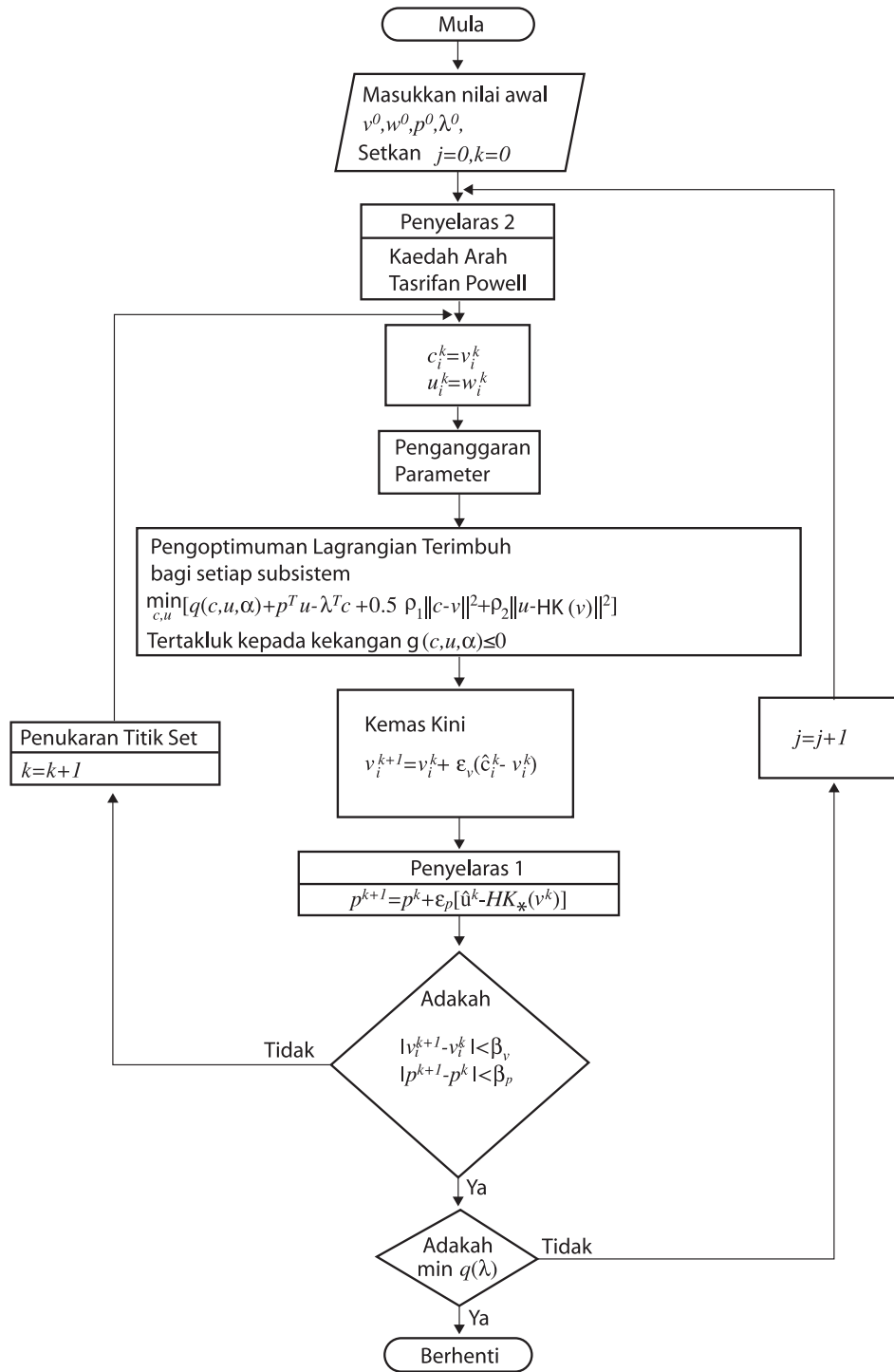
$$Q_1(c, u) = (u_{11} - 1)^4 + 5(c_1 + c_2 - 2)^2$$





$$0(c_i, u_i, \alpha_i) = q(c_i, u_i, \alpha_i) - \lambda_i^T c_i + \bar{p}^T u_i + 0.5 p_1 \|v_i - c_i\|^2 + 0.5 p_2 \|u_i - H_i K(2)\|^2 = i = 1, \dots, N.$$

**RAJAH 3.** Struktur Kawalan Tiga Paras dengan Suap Balik Masukan-Keluaran



RAJAH 4. Carta Alir Struktur Tiga Paras Dengan Suap Balik Maklumat Masukan-Keluaran

yang tertakluk kepada kekangan tempatan

$$c_1^2 + c_2^2 \leq 1$$

$$0 \leq u_{11} \leq 0.5$$

Subsistem 2

$$y_2 = c_3 - c_4 + u_{21} - 3u_{22} + \alpha_2$$

$$y_3 = 2c_4 - c_5 - u_{21} + u_{22} + \alpha_3$$

$$y_2^* = c_3 - c_4 + 1.2u_{21} - 3u_{22} + 0.1c_4^2$$

$$y_3^* = 2c_4 - 1.25c_5 - u_{21} + u_{22} + 0.25c_4c_5 + 0.1$$

$$Q_2(c,u) = 4u_{21}^2 + u_{22}^2 + 2(c_3 - 2)^2 + c_4^2 + 3c_5^2$$

yang tertakluk kepada kekangan tempatan

$$0.5c_3 + c_4 + 2c_5 \leq 1$$

$$4c_3^2 + 2u_{21}c_3 + 0.4u_{21} + c_3c_5 + 0.5c_5^2 + u_{21}^2 \leq 4$$

Subsistem 3

$$y_4 = c_6 + 2.5c_7 - 4y_3 + \alpha_4$$

$$y_4^* = 0.8c_6 + 2.5c_7 - 4.2u_{31}$$

$$Q_3(c,u) = (u_{31} - 1)^2 + (c_6 + 1)^2 + 2.5c_7^2$$

yang tertakluk kepada kekangan tempatan.

$$0 \leq c_7 \leq 1$$

$$c_6 + u_{31} + 0.5 \geq 0$$

Matriks saling hubung adalah:

$$H = \begin{bmatrix} 0100 \\ 1000 \\ 0001 \\ 0010 \end{bmatrix} \quad (49)$$

Masalah kawalan kedua mempunyai fungsi objektif yang ditunjukkan dalam persamaan (50) tertakluk kepada kekangan setempat yang dinyatakan.

Subsistem 1

$$y_1 = 1.4375c_1 - 0.1875c_2 + 1.5u_{11} + \alpha_1$$

$$y_1^* = c_1 - c_2 + 2u_{11} - 0.5c_1^2 + 0.5u_{11}(c_1 + c_2 - 2)$$

$$Q_1(c,u) = c_1^2 + (c_2 - 2)^2 + (u_{11} - 1)^2$$

yang tertakluk kepada kekangan tempatan

$$1.006 - c_1 - u_{11} \geq 0$$

$$|c_i| \leq 0.5$$

$$0 \leq c_2 \leq 2.5$$

Subsistem 2

$$y_2 = 0.5c_3 - 1.5c_4 + u_{21} - 2u_{22} + \alpha_2$$

$$y_3 = 2.5c_4 - 0.5c_5 - u_{21} + 1.5u_{22} + \alpha_3$$

$$y_2^* = c_3 - c_4 + u_{21} - 3u_{22}$$

$$y_3^* = 2c_4 - c_5 - u_{21} + u_{22}$$

$$Q_2(c,u) = (c_3 - 2)^2 + c_4^2 + 3c_5^2 + 4u_{21}^2 + u_{22}^2$$

yang tertakluk kepada kekangan tempatan

$$0 \leq c_3 \leq 2$$

$$|c_i| \leq 0.5 ; i = 4,5.$$

Subsistem 3

$$y_4 = 1.25c_6 - 3u_{31} + \alpha_4$$

$$y_4^* = c_6 - 4u_{31} + 0.5u_{31}c_6$$

$$Q_3(c,u) = (c_6 + 1)^2 + (u_{31} - 1)^2$$

yang tertakluk kepada kekangan tempatan

$$0.375 + 2.25c_6 - 2.75u_{31} - y_4 \geq 0$$

$$|c_6| \leq 0.5$$

Matriks saling hubung adalah:

$$H = \begin{bmatrix} 0100 \\ 1000 \\ 0001 \\ 0010 \end{bmatrix} \quad (50)$$

Masalah kawalan ketiga mempunyai dua subsistem dengan fungsi objektif dan kekangan setempat yang ditunjukkan dalam persamaan (51).

Subsistem 1

$$y_1 = c_1 - c_2 + 2y_2 + \alpha_1$$

$$y_1^* = 1.4c_1 - 0.6c_2 + 1.8y_2^*$$

$$Q_1(c,u) = c_1^2 + c_2^2 + 2(u_{11} - 2)^2 + (u_{12} - 3)^2$$

yang tertakluk kepada kekangan tempatan

$$0.8 - c_2 - 0.6u_{11} \geq 0$$

$$|c_i| \leq 1 ; i = 1,2$$

$$y_1 \geq 0$$

Subsistem 2

$$y_2 = c_3 - c_4 + u_{21} + \alpha_2$$

$$y_3 = 2c_4 - c_5 - u_{21} + \alpha_3$$

$$y_2^* = 1.3c_3 - 1.1c_4 + 1.1u_{21}$$

$$y_3^* = 2.3c_4 - 0.7c_5 - 1.1u_{21}$$

$$Q_2(c,u) = c_3^2 + c_4^2 + c_5^2 + (u_{21} - 1)^2$$

yang tertakluk kepada kekangan tempatan

$$2.04 + 1.05y_1 - c_3^2 - c_4^2 - c_5^2 \geq 0$$

$$|c_i| \leq 1 ; i = 3,4,5.$$

$$y_i \geq 0 ; i = 2,3.$$

Matriks saling hubung adalah:

$$H = \begin{bmatrix} \dots \\ 010 \\ 001 \\ 100 \end{bmatrix} \quad (51)$$

Masalah kawalan keempat mempunyai dua subsistem dengan fungsi objektif dan kekangan setempat yang ditunjukkan dalam persamaan (52).

Subsistem 1

$$y_1 = 1.7c_1 - 0.5c_2 + y_2 + \alpha_1$$

$$y_2^* = 2.2c_3 - 0.2c_4 + 0.9y_1 + 0.1c_3c_4$$

$$Q_1(c,y) = -0.5(u_{11}-1)^2 - c_1^2 - c_2^2$$

yang tertakluk kepada kekangan tempatan

$$c_1^2 + c_2^2 \leq 1$$

$$|c_i| \leq 1 ; i = 1,2$$

$$|y_1| \leq 1$$

Subsistem 2

$$y_2 = 2.2c_3 - 0.2c_4 + 0.5u_{21} + \alpha_2$$

$$y_1^* = 2.0c_1 - c_2 + 0.6y_2^* + 0.15c_1y_2^*$$

$$Q_2(c,u) = 0.5c_3^2 + 0.5c_4^2 - 0.5(u_{21} - 2)^2$$

yang tertakluk kepada kekangan tempatan

$$0.5c_3 + c_4 \leq 1$$

$$|c_i| \leq 1 ; i = 3,4.$$

$$0 \leq y_2 \leq 0.5$$

Matriks saling hubung adalah:

$$H = \begin{bmatrix} 01 \\ 10 \end{bmatrix} \tag{52}$$

**JADUAL 1.** Bilangan Penukaran Titik Set Bagi Masalah 1 Dengan Struktur 1

$\rho \backslash \epsilon$	0.3	0.5	0.7	0.9	1.0	1.1	1.2	1.5
0.0	28745	26678	26574	26421	25898	24892	26378	28361
0.3	895668	507877	364709	233969	4691	3417	243002	351452
0.5	93990	93111	92316	91619	74674	93647	97011	482930
0.7	682856	422100	417216	249288	244739	17896	3551	621530
0.9	961219	274603	263690	177525	387016	128076	734868	1382399
1.0	82095	79657	80393	80370	3689	25446	76903	81094
1.1	3637916	2328103	606280	458012	297669	67543	4882	658245
1.2	863871	1954446	374547	312749	178964	160660	663231	830778

**JADUAL 2.** Bilangan Penukaran Titik Set Bagi Masalah 2 Dengan Struktur 1

$\rho \backslash \epsilon$	0.3	0.5	0.7	0.9	1.0	1.1	1.2	1.5
0.0	21255	5180	3563	5835	6496	7366	7794	8447
0.3	15360	3740	2665	3171	3655	4402	9093	14153
0.5	21955	20563	2106	2054	7630	10958	15604	19349
0.7	31715	20628	14803	10303	6601	2747	1385	11642
0.9	18725	17474	15476	14189	13377	3025	1952	8537
1.0	12614	6182	5705	4088	3885	4237	5163	5691
1.1	44045	23388	3445	3424	3424	2312	1713	24077
1.2	14127	11314	11183	8565	5329	4538	6300	6658
1.5	16400	6230	3683	3253	2851	2811	3379	3900

**JADUAL 3.** Bilangan Penukaran Titik Set Bagi Masalah 3 Dengan Struktur 1

$\rho \backslash \epsilon$	0.3	0.5	0.7	0.9	1.0	1.1	1.2	1.5
0.0	64332	37512	16598	5810	20107	34405	74942	75591
0.3	50254	18250	14175	10100	12264	19639	21459	57478
0.5	40084	34528	28972	23417	3804	7007	37405	46365
0.7	73633	23769	22663	21196	11653	6387	2120	36251
0.9	111499	73862	4397	3053	9735	37144	64554	79710
1.0	104108	41592	19552	15724	12021	6902	2976	75751
1.1	88125	14451	9045	8735	11916	15097	29936	71792
1.2	37164	18968	13104	7752	6837	3676	9247	25959
1.5	26788	17553	11316	4904	5785	16928	28071	87053

**JADUAL 4.** Bilangan Penukaran Titik Set Bagi Masalah 4 Dengan Struktur 1

$\rho \backslash \epsilon$	0.3	0.5	0.7	0.9	1.0	1.1	1.2	1.5
20000	8720	7975	6515	5800	4599	6089	7679	8466
30000	8885	7566	7195	6761	6294	6350	7358	8780
40000	8084	7499	7098	6348	6283	6687	7993	8799
50000	4477	4111	3896	3816	3722	5196	6360	7460
60000	7834	7172	6860	6171	5552	6285	7173	8422

**JADUAL 5.** Bilangan Penukaran Titik Set Bagi Masalah 1 Dengan Struktur 2

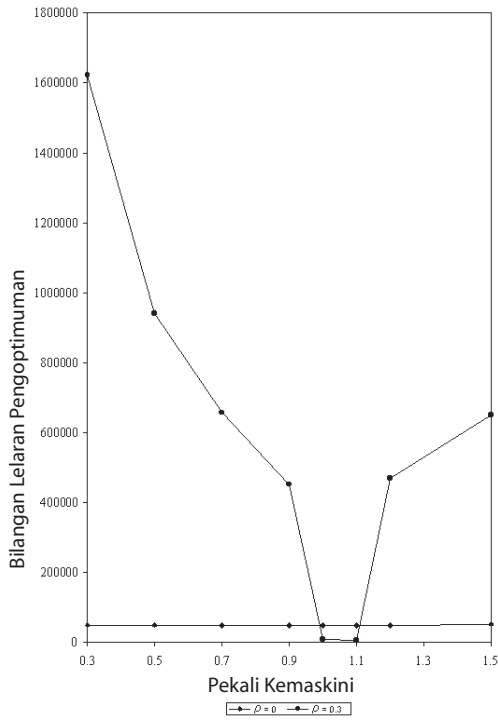
$\rho \backslash \epsilon$	0.3	0.5	0.7	0.9	1.0	1.1	1.2	1.5
0.0	16016	12621	11353	11199	10641	3995	11958	12630
0.3	2108	2049	2000	1398	892	1164	1483	2461
0.5	10837	7564	7078	2696	1805	4682	4870	9036
0.7	8407	5311	5206	4197	4486	5434	5560	9233
0.9	9110	7758	7534	6322	6072	7270	7307	9954

**JADUAL 6.** Bilangan Penukaran Titik Set Bagi Masalah 2 Dengan Struktur 2

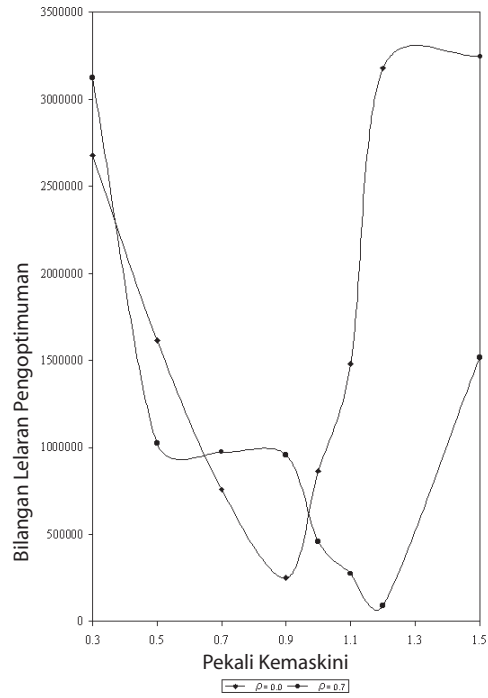
$\rho \backslash \epsilon$	0.3	0.5	0.7	0.9	1.0	1.1	1.2	1.5
0.0	2934	2654	2441	2346	2381	2546	2658	3034
0.3	2844	2558	1185	1110	976	985	2163	2685
0.5	2756	2563	1302	1233	925	1526	2284	2698
0.7	2841	2655	1936	1590	1278	1190	1663	2071
0.9	3087	2471	1893	1801	1874	1896	2258	2355

**JADUAL 7.** Bilangan Penukaran Titik Set Bagi Masalah 3 Dengan Struktur 2

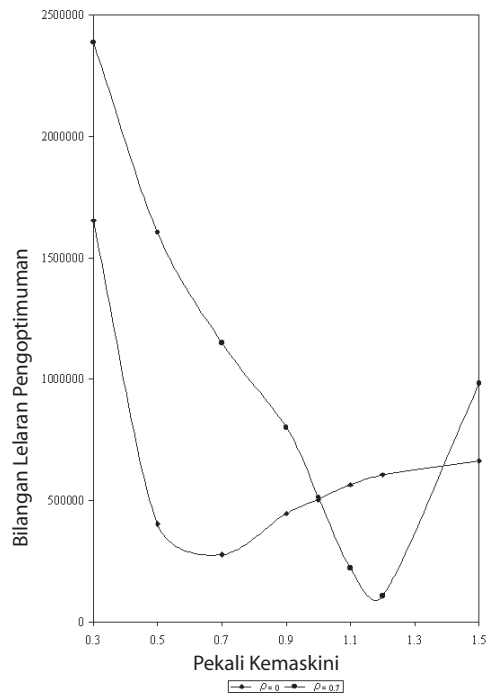
$\rho \backslash \epsilon$	0.3	0.5	0.7	0.9	1.0	1.1	1.2	1.5
0.0	8328	6527	3679	1227	3598	5150	6621	7532
0.3	11824	5191	4708	2848	2258	2534	4685	4814
0.5	13182	9122	6385	3793	5900	11439	18483	22211
0.7	9890	7433	4990	2893	2709	784	1423	2956
1.0	838	811	778	739	687	664	698	707
1.1	16797	11769	9806	8071	8296	8739	9137	9237
1.2	10367	8035	6171	4927	3795	3358	3551	3833
1.5	10123	7840	6096	4486	3566	3256	3368	3732



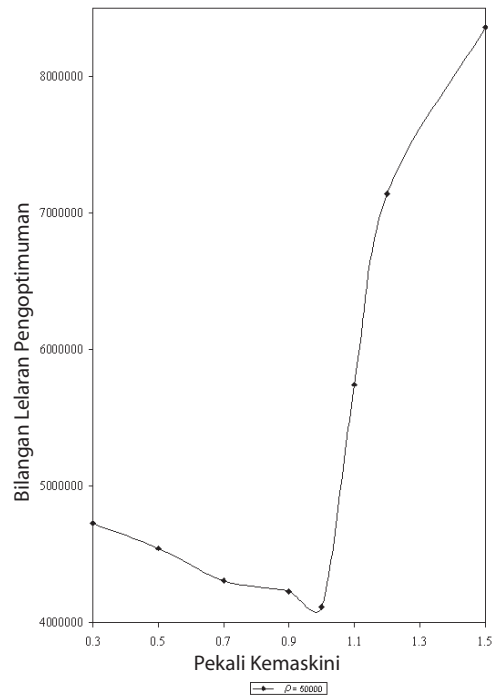
**RAJAH 5.** Graf Kesan Pekali Lagrange Bagi Masalah 1 Dengan Struktur 1.



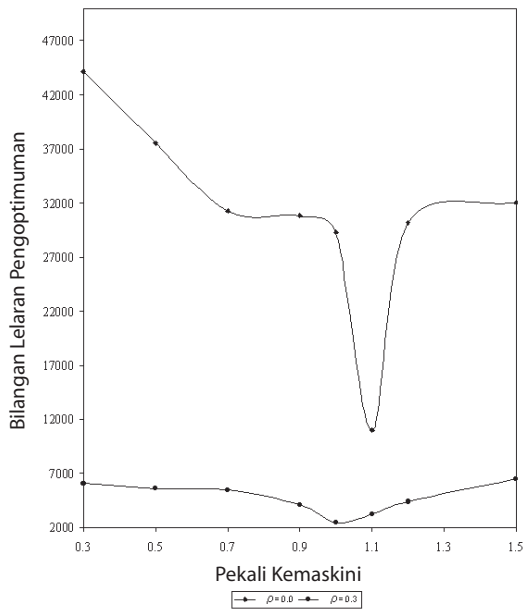
**RAJAH 7.** Graf Kesan Pekali Lagrange Bagi Masalah 3 Dengan Struktur 1.



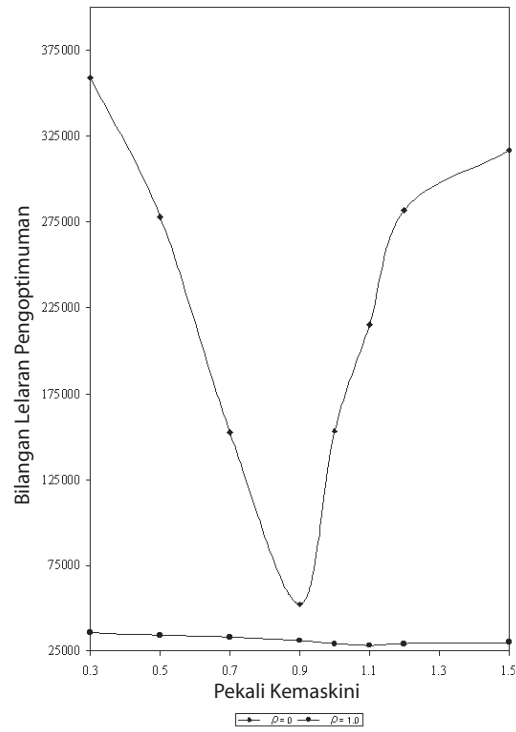
**RAJAH 6.** Graf Kesan Pekali Lagrange Bagi Masalah 2 Dengan Struktur 1.



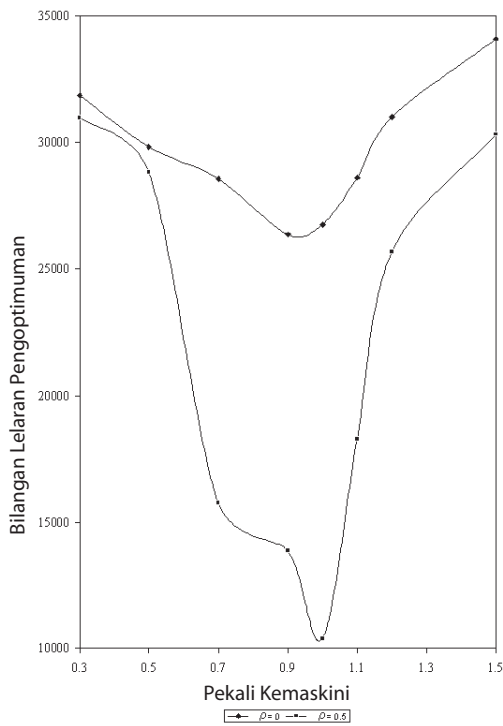
**RAJAH 8.** Graf Kesan Pekali Lagrange Bagi Masalah 4 Dengan Struktur 1.



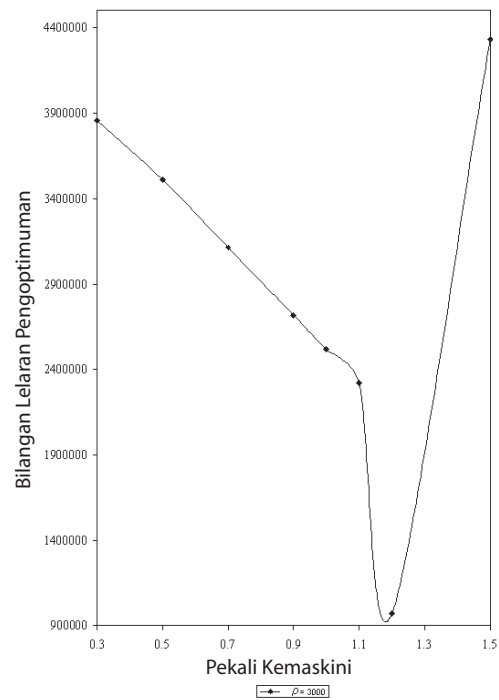
**RAJAH 9.** Graf Kesan Pekali Lagrange Bagi Masalah 1 Dengan Struktur 2.



**RAJAH 11.** Graf Kesan Pekali Lagrange Bagi Masalah 3 Dengan Struktur 2.



**RAJAH 10.** Graf Kesan Pekali Lagrange Bagi Masalah 2 Dengan Struktur2 2.



**RAJAH 12.** Graf Kesan Pekali Lagrange Bagi Masalah 4 Dengan Struktur 2.

**JADUAL 8.** Bilangan Penukaran Titik Set bagi Masalah 4 Dengan Struktur 2

$\rho \backslash \varepsilon$	0.3	0.5	0.7	0.9	1.0	1.1	1.2	1.5
1000	14175	7593	3951	2754	2155	1996	4517	5539
1500	10314	8893	5877	3632	3539	4333	6473	6819
2000	7639	6602	5417	4232	3649	3065	3749	5798
2500	14248	5683	3161	2490	3908	4192	4536	4777
3000	7429	6848	6074	5301	4914	4627	1900	8350

**JADUAL 9.** Perbandingan Bilangan Perubahan Titik Set dan Pekali Dendaan

Parameter	Struktur Kawalan 1				Struktur Kawalan 2			
Masalah	1	2	3	4	1	2	3	4
$\rho_{\text{optimum}}$	0.3	0.7	0.7	50000	0.3	0.5	1.0	3000
$\varepsilon_{\text{optimum}}$	1.1	1.2	1.2	1.0	1.0	1.0	1.1	1.2
Penukaran Titik Set	3417	1385	2120	3722	892	925	664	1900
Lelaran $\lambda$	18	9	5	14	7	8	4	13

**JADUAL 10.** Penyelesaian Optimum

Masalah	Sebenar	Struktur 1	Struktur 2
1	6.326629	6.326633	6.326610
2	2.140526	2.140579	2.140508
3	5.926070	5.926045	5.926067
4	-5.916317	-5.916333	-5.916354

Catatan: Kejituan lelaran pengoptimuman adalah  $10^{-4}$  bagi semua struktur yang dikaji

## KEPUTUSAN

Struktur 1 adalah struktur dengan maklumat suap balik keluaran manakala Struktur 2 adalah struktur dengan maklumat suap balik masukan-keluaran. Jadual 1 hingga 8 menunjukkan bilangan penukaran titik set bagi masalah simulasi 1, 2, 3 dan 4 masing-masing manakala rajah 5 hingga 12 menunjukkan jumlah lelaran pengoptimuman bagi masalah simulasi 1, 2, 3 dan 4 masing-masing. Jadual 9 menunjukkan bilangan perubahan titik set dan pekali parameter Lagrange  $\lambda$  pada titik optimum bagi setiap masalah berbanding kedua-dua struktur kawalan.

## PERBINCANGAN

Struktur kawalan berhierarki yang dikaji adalah bagi proses industri berskala besar untuk kawalan optimum fasa pegun. Sebarang proses yang boleh diuraikan kepada dua atau lebih subsistem boleh ditakrifkan sebagai proses berskala besar. Struktur kawalan ini dicadangkan dan dikaji oleh Brdys dan Roberts (1986) dengan menggunakan

kaedah pengoptimuman Lagrangian biasa yang didapati tidak dapat menyelesaikan masalah tidak cembung (Normah Abdullah 1988) dan dikembangkan menggunakan kaedah Lagrangian terimbuh.

Rumusan masalah kawalan optimum bagi kedua-dua struktur kawalan adalah bersamaan dengan rumusan pengoptimuman secara Lagrangian biasa seperti yang dikaji oleh Brdys dan Roberts (1986) sekiranya pekali Lagrange,  $\rho$  adalah sifar. Kajian simulasi komputer telah dilakukan pada empat masalah tersebut di atas untuk menyiasat pencapaian teknik tiga paras terimbuh untuk kawalan optimum penyesuaian keadaan pegun proses berskala besar. Kesan pekali dendaan kuasa dua,  $\rho$  dan pekali kemas kini,  $\varepsilon$  terhadap bilangan penukaran titik set dikaji dan ditentukan gandingan yang bersesuaian bagi setiap masalah simulasi. Keputusan simulasi menunjukkan penumpuan kaedah Lagrangian terimbuh adalah lebih pantas berbanding kaedah Lagrangian pada sesuatu nilai pekali Lagrange,  $\rho$  dan pekali kemaskini,  $\varepsilon$  yang tertentu.



Secara umumnya struktur kawalan dengan suap balik maklumat masukan-keluaran menumpu lebih cepat berbanding struktur kawalan dengan suap balik maklumat keluaran. Ukuran masukan saling hubung sebenar bagi setiap subsistem yang diperolehi dalam struktur kawalan 2 menghapuskan ralat anggaran masukan seperti yang perlu dilakukan dalam struktur kawalan 1 lalu memudahkan proses pengoptimuman yang seterusnya mengurangkan kekerapan penukaran titik set seperti ditunjukkan dalam Jadual 9. Ini bermakna struktur kawalan dengan suap balik maklumat masukan-keluaran kurang mengganggu sistem berbanding struktur kawalan dengan suap balik maklumat keluaran.

Keputusan simulasi dalam Jadual 1 bagi masalah 1 dengan struktur 1 menunjukkan bahawa penambahan sebutan dendaan kuasa dua dalam kaedah dua paras terimbuh dapat mengurangkan kekerapan penukaran titik set dengan ketara berbanding kaedah dua paras biasa. Apabila Lagrangian biasa, iaitu  $\rho = 0$  digunakan, bilangan penukaran titik set yang minimum didapati pada nilai pekali kemas kini,  $\varepsilon = 1.0$ , iaitu sebanyak 82095 penukaran titik set. Dengan mengenakan imbuhan  $\rho = 0.3$ , bilangan penukaran titik set yang minimum iaitu sebanyak 3417 penukaran titik set didapati pada  $\varepsilon = 1.1$ . Pengurangan penukaran titik set juga diperhatikan pada suatu nilai pekali kemas kini dengan imbuhan. Sebagai contoh, pada  $\varepsilon = 1.0$ , imbuhan  $\rho = 0.3$  mengurangkan penukaran titik set sehingga 4691 didapati. Begitu juga pada  $\varepsilon = 1.2$ , imbuhan  $\rho = 0.7$  mengurangkan bilangan penukaran titik set sehingga 3551 berbanding 26378 menggunakan Lagrangian biasa tanpa imbuhan, iaitu  $\rho = 0$ . Dengan ini imbuhan,  $\rho$  membolehkan penggunaan pekali kemaskini,  $\varepsilon$  yang lebih besar untuk mencapai kekerapan penukaran titik set yang minimum.

Keputusan simulasi dalam Jadual 2 bagi masalah 2 dengan struktur 1 juga menunjukkan bahawa penambahan sebutan dendaan kuasa dua dalam kaedah dua paras terimbuh dapat mengurangkan kekerapan penukaran titik set dengan ketara berbanding kaedah dua paras biasa. Apabila Lagrangian biasa, iaitu  $\rho = 0$  digunakan, bilangan penukaran titik set yang minimum didapati pada nilai pekali kemas kini,  $\varepsilon = 0.7$ , iaitu sebanyak 3563 penukaran titik set. Dengan mengenakan imbuhan  $\rho = 0.7$ , bilangan penukaran titik set yang minimum iaitu sebanyak 1385 penukaran titik set didapati pada

$\varepsilon = 1.2$ . Pengurangan penukaran titik set juga diperhatikan pada suatu nilai pekali kemas kini dengan imbuhan. Sebagai contoh, pada  $\varepsilon = 1.0$ , imbuhan  $\rho = 0.3$  mengurangkan penukaran titik set sehingga 3655 didapati. Begitu juga pada  $\varepsilon = 0.9$ , imbuhan  $\rho = 1.1$  mengurangkan bilangan penukaran titik set sehingga 3424 berbanding 5835 menggunakan Lagrangian biasa tanpa imbuhan, iaitu  $\rho = 0$ . Dengan ini imbuhan,  $\rho$  membolehkan penggunaan pekali kemaskini,  $\varepsilon$  yang lebih besar untuk mencapai kekerapan penukaran titik set yang minimum.

Keputusan simulasi dalam Jadual 3 bagi masalah 3 dengan struktur 1 menunjukkan bahawa penambahan sebutan dendaan kuasa dua dalam kaedah dua paras terimbuh dapat mengurangkan kekerapan penukaran titik set dengan ketara berbanding kaedah dua paras biasa. Apabila Lagrangian biasa, iaitu  $\rho = 0$  digunakan, bilangan penukaran titik set yang minimum didapati pada nilai pekali kemas kini,  $\varepsilon = 0.9$ , iaitu sebanyak 5810 penukaran titik set. Dengan mengenakan imbuhan  $\rho = 0.7$ , bilangan penukaran titik set yang minimum iaitu sebanyak 2120 penukaran titik set didapati pada  $\varepsilon = 1.2$ . Pengurangan penukaran titik set juga diperhatikan pada suatu nilai pekali kemas kini dengan imbuhan. Sebagai contoh, pada  $\varepsilon = 1.0$ , imbuhan  $\rho = 0.5$  mengurangkan penukaran titik set sehingga 3804 didapati. Begitu juga pada  $\varepsilon = 0.9$ , imbuhan  $\rho = 0.9$  mengurangkan bilangan penukaran titik set sehingga 3053 berbanding 5810 menggunakan Lagrangian biasa tanpa imbuhan, iaitu  $\rho = 0$ . Dengan ini imbuhan,  $\rho$  membolehkan penggunaan pekali kemaskini,  $\varepsilon$  yang lebih besar untuk mencapai kekerapan penukaran titik set yang minimum.

Walau bagaimanapun, Teknik Tiga Paras Terimbuh berjaya menyelesaikan masalah tidak cembung seperti yang ditunjukkan dalam Jadual 4 bagi masalah 4 struktur 1 dengan penggunaan pekali dendaan kuasa dua,  $\rho$  yang bernilai besar iaitu  $\rho = 50000$  dan  $\varepsilon = 1.0$  memberikan gandingan optimum dengan bilangan penukaran titik set sebanyak 3722. Penambahan sebutan dendaan kuasa dua dalam Teknik Tiga Paras Terimbuh mencembungkan fungsi objektif lalu memudahkan penumpuan (Brdys et. al. 1987).

Keputusan simulasi dalam Jadual 5 bagi masalah 1 dengan struktur 2 menunjukkan bahawa penambahan sebutan dendaan kuasa dua dalam kaedah dua paras terimbuh dapat

mengurangkan kekerapan penukaran titik set dengan ketara berbanding kaedah dua paras biasa. Apabila Lagrangian biasa, iaitu  $\rho = 0$  digunakan, bilangan penukaran titik set yang minimum didapati pada nilai pekali kemas kini,  $\varepsilon = 1.1$ , iaitu sebanyak 3995 penukaran titik set. Dengan mengenakan imbuhan  $\rho = 0.3$ , bilangan penukaran titik set yang minimum iaitu sebanyak 892 penukaran titik set didapati pada  $\varepsilon = 1.0$ . Pengurangan penukaran titik set juga diperhatikan pada suatu nilai pekali kemas kini dengan imbuhan. Sebagai contoh, pada  $\varepsilon = 1.1$ , imbuhan  $\rho = 0.3$  mengurangkan penukaran titik set sehingga 1164 didapati. Begitu juga pada  $\varepsilon = 0.9$ , pengurangan bilangan penukaran titik set didapati pada semua imbuhan  $\rho$  yang diuji berbanding 11199 menggunakan Lagrangian biasa tanpa imbuhan, iaitu  $\rho = 0$ .

Keputusan simulasi dalam Jadual 6 bagi masalah 2 dengan struktur 2 menunjukkan bahawa penambahan sebutan dendaan kuasa dua dalam kaedah dua paras terimbu dapat mengurangkan kekerapan penukaran titik set dengan ketara berbanding kaedah dua paras biasa. Apabila Lagrangian biasa, iaitu  $\rho = 0$  digunakan, bilangan penukaran titik set yang minimum didapati pada nilai pekali kemas kini,  $\varepsilon = 0.9$ , iaitu sebanyak 2346 penukaran titik set. Dengan mengenakan imbuhan  $\rho = 0.5$ , bilangan penukaran titik set yang minimum iaitu sebanyak 925 penukaran titik set didapati pada  $\varepsilon = 1.0$ . Pengurangan penukaran titik set juga diperhatikan pada suatu nilai pekali kemas kini dengan imbuhan. Sebagai contoh, pada  $\varepsilon = 1.1$ , imbuhan  $\rho = 0.3$  mengurangkan penukaran titik set sehingga 985 didapati. Begitu juga pada  $\varepsilon = 0.9$ , pengurangan bilangan penukaran titik set didapati pada semua imbuhan  $\rho$  yang diuji berbanding 2346 menggunakan Lagrangian biasa tanpa imbuhan, iaitu  $\rho = 0$ . Dengan ini imbuhan,  $\rho$  membolehkan penggunaan pekali kemaskini,  $\varepsilon$  yang lebih besar untuk mencapai kekerapan penukaran titik set yang minimum.

Keputusan simulasi dalam Jadual 7 bagi masalah 3 dengan struktur 2 menunjukkan bahawa penambahan sebutan dendaan kuasa dua dalam kaedah dua paras terimbu dapat mengurangkan kekerapan penukaran titik set dengan ketara berbanding kaedah dua paras biasa. Apabila Lagrangian biasa, iaitu  $\rho = 0$  digunakan, bilangan penukaran titik set yang minimum didapati pada nilai pekali kemas kini,

$\varepsilon = 0.9$ , iaitu sebanyak 1227 penukaran titik set. Dengan mengenakan imbuhan  $\rho = 1.0$ , bilangan penukaran titik set yang minimum iaitu sebanyak 664 penukaran titik set didapati pada  $\varepsilon = 1.1$ . Pengurangan penukaran titik set juga diperhatikan pada suatu nilai pekali kemas kini dengan imbuhan. Sebagai contoh, pada  $\varepsilon = 1.0$ , imbuhan  $\rho = 1.0$  mengurangkan penukaran titik set sehingga 687 didapati. Begitu juga pada  $\varepsilon = 0.9$ , imbuhan  $\rho = 1.0$  mengurangkan bilangan penukaran titik set sehingga 739 berbanding 1227 menggunakan Lagrangian biasa tanpa imbuhan, iaitu  $\rho = 0$ . Dengan ini imbuhan,  $\rho$  membolehkan penggunaan pekali kemaskini,  $\varepsilon$  yang lebih besar untuk mencapai kekerapan penukaran titik set yang minimum.

Walau bagaimanapun, Teknik Tiga Paras Terimbu berjaya menyelesaikan masalah tidak cembung seperti yang ditunjukkan dalam Jadual 8 bagi masalah 4 struktur 2 dengan penggunaan pekali dendaan kuasa dua,  $\rho$  yang bernilai besar iaitu  $\rho = 3000$  dan  $\varepsilon = 1.2$  memberikan gandingan optimum dengan bilangan penukaran titik set sebanyak 1900. Penambahan sebutan dendaan kuasa dua dalam Teknik Tiga Paras Terimbu mencembungkan fungsi objektif lalu memudahkan penumpuan (Brdys et. al. 1987).

Dengan ini, dengan pemilihan nilai pekali dendaan kuasa dua,  $\rho$  dan pekali kemas kini,  $\varepsilon$  yang bersesuaian, teknik tiga paras terimbu bagi proses berskala besar memberikan penumpuan yang lebih baik pada kesemua kes cembung dan tidak cembung yang dikaji.

Nilai pekali kemas kini,  $\varepsilon$  menentukan saiz langkah setiap lelaran menuju ke titik optimum. Nilai pekali kemas kini yang kecil akan memerlukan lelaran yang banyak untuk menumpu ke titik optimum manakala nilai pekali kemas kini yang besar berkemungkinan terlepas titik optimum. Jadual 9 menunjukkan julat nilai antara 1.0 ke 1.2 adalah bersesuaian bagi struktur kawalan yang dikaji.

Kelebihan struktur kawalan yang dikaji adalah kurang mengganggu sistem berbanding struktur kawalan yang diterbitkan daripada pendekatan berbilang lapis dua langkah terubahsuai yang perlu mengira nilai  $\lambda$  secara gangguan mengikut rumusan yang tertentu (Normah Abdullah 1988). Nilai  $\lambda$  yang diperlukan dalam struktur kawalan yang dikaji diperolehi dengan pengoptimuman kaedah arah tasrifan Powell (Chen & Roberts 1984) tanpa mengganggu sistem dengan kerap.

Dengan ini struktur kawalan yang dikaji dapat menumpu ke titik optimum dengan lebih cepat dan sistem yang dikawal akan lebih mantap sepanjang pengendaliannya.

## KESIMPULAN

Struktur kawalan berhierarki tiga paras terimbuh terurai yang dikaji kurang mengganggu sistem berbanding struktur kawalan yang diterbitkan daripada pendekatan berbilang lapis dua langkah terubahsuai. Walau bagaimanapun struktur kawalan ini memerlukan kos komputer yang lebih tinggi disebabkan penambahan satu paras pengoptimuman. Kaedah Lagrangian terimbuh memperbaiki pencembungan fungsi lalu mempercepatkan penumpuan bagi masalah kawalan cembung pada sesuatu nilai pekali

Lagrange,  $\rho$  dan pekali kemaskini,  $\varepsilon$  yang tertentu dan berjaya menyelesaikan masalah kawalan tidak cembung dengan penggunaan  $\rho$  yang bernilai besar. Struktur kawalan dengan suap balik maklumat masukan-keluaran kurang menukar titik set dan menumpu dengan lebih cepat berbanding struktur kawalan dengan suap balik maklumat keluaran. Julat nilai  $\varepsilon$  antara 1.0 ke 1.2 adalah bersesuaian bagi struktur kawalan yang dikaji.

## PENGHARGAAN

Penghargaan yang setinggi-tingginya dirakamkan kepada Dr. Normah Abdullah, pensyarah Jabatan Kejuruteraan Kimia dan Proses, Universiti Kebangsaan Malaysia, atas bimbingan, cadangan dan nasihat beliau dalam projek penyelidikan ini.

## TATANAMA

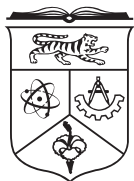
$A$	Set nilai mungkin parameter penganggaran	$j$	Pembolehubah bilang
$C$	Set nilai mungkin pembolehubah kawalan	$k$	Pembilang lelaran
$F$	Model penghampiran keluaran sistem	$\rho$	Pekali Price
$F^*$	Model sebenar keluaran sistem	$q$	Indeks pencapaian model
$G$	Fungsi kekangan ketaksamaan yang bertindak	$u$	Pembolehubah masukan saling hubung
$H$	Matriks saling hubung	$v$	Titik set semasa
$K_s$	Ukuran keluaran sistem sebenar	$v_f$	Titik set pada suatu nilai pekali Lagrange yang diberi
$L$	Fungsi Lagrangian	$w$	Masukan saling hubung semasa
$L_a$	Fungsi Lagrangian terimbuh untuk masalah kawalan optimum	$w_f$	Masukan saling hubung pada suatu nilai pekali Lagrange yang diberi
$N$	Bilangan pembolehubah	$x$	Pembolehubah keadaan
$Q$	Fungsi indeks pencapaian sistem	$y$	Keluaran model sistem
$U$	Set nilai mungkin masukan saling hubung	$y_*$	Keluaran sebenar sistem
$Y$	Set nilai mungkin keluaran model sistem	$\Lambda$	Set nilai mungkin pekali Lagrange bagi pembolehubah kawalan
$Y_*$	Set nilai mungkin keluaran sistem sebenar	$\Omega$	Set titik penyelesaian mungkin
$c$	Pembolehubah kawalan	$\alpha$	Parameter anggaran
$c_{opt}$	Titik kawalan optimum	$\varepsilon$	Pekali kemas kini
$f$	Fungsi objektif	$\lambda$	Pekali Lagrange bagi pembolehubah kawalan
$g$	Fungsi kekangan ketaksamaan model	$\lambda_{opt}$	Pekali Lagrange optimum
$i$	Pembolehubah bilang	$\tau_{opt}$	

$\mu$	Pekali Lagrange bagi kekangan kesamaan	$\xi$	Pekali Lagrange bagi kekangan ketaksamaan
$\rho$	Pekali dendaan sebutan kuasa dua	$\hat{c}, \hat{u}, \xi, \alpha$	titik penyelesaian semasa masing-masing bagi $c, u, \xi, \alpha$ dan sebagainya
$\tau$	Pekali Lagrange bagi pembolehubah masukan saling hubung		

## RUJUKAN

- Brdys M. 1983. Hierarchical Optimising Control of Steady-state Large Scale Systems Under Model-reality Differences of Mixed type - A Mutually Interacting Approach. *Proceedings of the 3<sup>rd</sup> IFAC Symposium on Large Scale System : Theory and Application*. Warsaw, Poland.: 49-57.
- Brdys M. dan Roberts P.D. 1986. Optimal structures for steady-state adaptive optimizing control of large-scale industrial processes. *International Journal Systems Science*. **17**(10):1449-1474.
- Brdys M., Ellis J.E. dan Roberts P.D. 1987. Augmented integrated system optimization and parameter estimation technique: derivation, optimality and convergence. *IEE Proceeding*. **134**(3):201 – 209.
- Chen S. dan Robert P.D. 1984. Comparison of several On-line Integrated System Optimization and Parameter Estimation Methods for Steady State Systems. CEC/SC-PDR/15. London: The City University
- Durbeck R.C. 1965. Principles for Simplification of Optimizing Control Model. PhD Thesis. Cleveland: Case Western Reserve University.
- Edgar T.F. dan Himmelblau D.M. 1988. *Optimization of Chemical Processes*. New York: McGraw-Hill Book Company.
- Lowe M.J. dan Pierre D.A. 1975. *Mathematical Programming Via Augmented Lagrangians*. Massachusetts: Addison-Wesley Publishing Company.
- Mesarovic M.D., Macko D. dan Takahara Y. 1970. *Theory of Hierarchical, Multilevel, Systems*. New York: Academic Press.
- Normah Abdullah. 1988. Augmented Integrated System Optimisation and Parameter Estimation Techniques for On-Line Hierarchical Control of Large Scale Industrial Processes. PhD Thesis. The City University, London
- Roberts P.D. 1979. An algorithm for steady-state system optimisation and parameter estimation. *International Journal Systems Science*. **10**(7): 719-734.
- Tatjewki P., Normah Abdullah dan Robert P.D. 1990. Comparative Study and Development of Integrated Optimization and Parameter Estimation Algorithm for Hierarchical Steady-State Control. *International Journal Control*. **51**(2):421-443.

**BORANG PESANAN / ORDER FORM**



Fakulti Kejuruteraan,  
**UNIVERSITI KEBANGSAAN MALAYSIA**  
 43600 UKM Bangi, Selangor D. E. MALAYSIA  
 Tel: 8921 3138, 8921 5321 Faks: 8925 4575  
<http://www.penerbit.ukm.my>

Harap bekalkan judul berikut kepada pihak kami.  
*Please supply the following titles to us.*

Judul /Titles	Kuantiti / Quantity	Harga ASEAN @ (RM)	Overseas Price @ (US\$)	Jum. Harga Total Price
<i>Jurnal Kejuruteraan</i> Bil. / No. 1, 1989 - Bil. / No. 6, 1994		15.00	15.00	
<i>Jurnal Kejuruteraan</i> Bil. / No. 7, 1995 - Bil. / No. 10, 1997		20.00	20.00	
<i>Jurnal Kejuruteraan</i> Bil. / No. 11 (1), 1999 - Bil. / No. 11 (2), 1999		20.00	20.00	
<i>Jurnal Kejuruteraan</i> Bil. / No. 12, 2000 - Bil. / No. 13, 2001		20.00	20.00	
<i>Jurnal Kejuruteraan</i> Bil. / No. 14, 2002		20.00	20.00	
<i>Jurnal Kejuruteraan</i> Bil. / No. 15, 2003		20.00	20.00	
<i>Jurnal Kejuruteraan</i> Bil. / No. 16, 2004		20.00	20.00	
<i>Jurnal Kejuruteraan</i> Bil. / No. 17, 2005		20.00	20.00	
<i>Jurnal Kejuruteraan</i> Bil. / No. 18, 2006		20.00	20.00	
<i>Jurnal Kejuruteraan</i> Bil. / No. 19, 2007		20.00	20.00	
Pos / Postage:			RM / US\$	
Jumlah Besar / total:			RM / US\$	

Bayar bank draf / wang kiriman atas nama / *make your bank draft / money orders payable to*  
 Bendahari, Universiti Kebangsaan Malaysia.

Nama Pemesan / *Customer:* .....

Alamat / *Address:* .....

Jabatan / Syarikat / *Department / Company:*.....

Jawatan / *Position:* .....Tanda tangan / *Signature:* .....

Disertakan / *Attached:* bank draf / wang kiriman / *bank draft / money orders no:* .....

Pos / *Postage:* Malaysia & Singapore tambah / *add* RM2.00 senaskhah / *per copy*

: *Overseas add US\$4.00 per copy.*

