

L-Momen Peringkat Tinggi: Penggunaan Bagi Memodelkan Taburan Logistik Teritlak

Ani Shabri¹ dan Abdul Aziz Jemain²

¹Jabatan Matematik Fakulti Sains,
Universiti Teknologi Malaysia
81310 Skudai, Johor,
Malaysia

²Pusat Pengajian Sains Matematik
Fakulti Sains & Teknologi,
Universiti Kebangsaan Malaysia
43600 UKM Bangi, Selangor,
Malaysia
E-mail: ani@utm.my

Received Date: 8th January 2007 Accepted Date: 8th April 2008

ABSTRAK

Anggaran banjir berlaku pada tempoh ulangan yang besar selalunya diperlukan dalam reka bentuk struktur kejuruteraan. Kajian ini memperkenalkan kaedah L-momen peringkat tinggi (LMT) untuk digunakan terhadap taburan "Generalized Logistic" (GL) bagi menganggar bahagian atas taburan. Penggunaan taburan GL menggunakan kedua-dua penganggar parameter L-momen (LMOM) dan LMT keatas dua data sebenar dipersembahkan. Keupayaan kaedah LMT dan LMOM dinilai dengan menilai pincang dan punca min ralat kuasa dua (PMRK) bagi anggaran kuantil melalui simulasi Monte Carlo dengan kehadiran titik terpencil. Hasil simulasi Monte Carlo menunjukkan LMT menghasilkan pincang dan PMRK yang rendah untuk $F=0.90$ dan penganggar yang pincang untuk $F=0.999$ berbanding kaedah L-momen (LMOM). Bagi anggaran $x(F=0.9)$, LH-momen dalam kebanyakan kes lebih baik daripada LMOM hanya untuk sampel $n < 20$.

Kata Kunci: L-Momen, LH-momen, "Generalized Logistic", kecekapan anggaran, tempoh ulangan.

ABSTRACT

Estimation of floods of large return periods is often required in engineering structure design. This study introduces a method based on LH-moments (LMT) to use generalized logistic (GL) distribution for estimating the upper-part of distribution. Application of the GL distribution using both LMOM and LMT parameter estimates from two actual data are demonstrated. The performance of the LMT method and the LMOM method are assessed by evaluating the bias and mean square error (MSE) of quantile estimates through Monte Carlo simulations with the presence of outlier. Monte Carlo simulation results show that LMT lead to reduced bias

and mean square error (MSE) for $F = 0.90$ and poorer estimation for $F = 0.999$ compared to L -moments. For the estimation of $x(F = 0.9)$, LMT are in many cases significantly more efficient than LMOM only for sample sizes, $n < 20$.

Keywords: L-Moments, LH-moment, generalized logistic, estimation efficiency, return period.

PENGENALAN

Masalah utama dalam kejuruteraan sumber air adalah menganggarkan magnitud banjir pada tempoh ulangan tertentu. Ianya berkaitan dengan analisis bahagian atas taburan dan nilai ekstrim bagi cerapan. Anggaran parameter selalunya diperlukan dalam menganalisis data bagi taburan kebarangkalian tertentu. Banyak kaedah penganggar parameter telah dicadangkan untuk memadamkan taburan statistik dengan data hidrologi. Kaedah penganggar yang sering digunakan dalam analisis taburan statistik banjir adalah kaedah LMOM, hasil darab momen biasa (MOM) dan kebolehjadian maksimum (KM). Teknik klasik bagi menganggar parameter adalah kaedah MOM. Biasanya, teknik ini sesuai untuk pertengahan dan hujung atas taburan. Untuk bahagian hujung teratas bagi sesuatu taburan, keupayaan kaedah MOM boleh dipersoalkan kerana ianya sensitif kepada bahagian atas taburan terutamanya apabila wujudnya titik terencil (Wang 1997).

Dalam kebanyakan kajian, kaedah KM didapati lebih baik berbanding kaedah penganggar yang lain. Bagaimanapun kaedah ini didapati sukar dan memerlukan penyelesaian berangka, dan kadang-kala ianya gagal untuk menganggar parameter terutama apabila saiz sampel adalah kecil atau taburan mempunyai lebih daripada tiga parameter (Hosking & Wallis 1997).

Kaedah LMOM adalah teknik alternatif yang mana ianya sesuai dan terkenal untuk menganggar hujung teratas taburan. LMOM dirumuskan daripada jangkakan statistik tertib. LMOM adalah serupa dengan MOM, bagaimanapun LMOM mempunyai beberapa kelebihan seperti bersifat teguh dan konsisten berbanding MOM. Secara khususnya, LMOM lebih baik daripada MOM biasa dalam mencirikan bentuk taburan. Kaedah LMOM telah digunakan dengan meluas dalam menganalisa peristiwa ekstrim oleh ramai penyelidik sejak 1990 dan telah menjadi prosedur yang piawai dalam hidrologi untuk menganggar parameter taburan tertentu (Hosking 1990).

LMT adalah gabungan linear statistik tertib peringkat tinggi, telah diperkenalkan oleh Wang (1997) bagi menganggar bahagian atas taburan dan kejadian ekstrim dalam data. Beliau telah membangunkan kaedah LMT bagi taburan GEV dan keupayaan kaedah telah dibandingkan dengan kaedah LMOM berdasarkan data simulasi. Hasil kajian simulasi mendapati LMT lebih baik dalam menganggar bahagian atas kanan hujung sampel data berbanding LMOM.

Banyak kajian-kajian yang telah dilakukan dalam hidrologi hanya melibatkan data aliran puncak sungai tahunan tanpa mempertimbangkan data terencil (lihat Wang 1997; Rasmussen 2001; Modarres et al. 2002; Ashkar & Mahdi 2003; Martins & Stedinger 2000). Dalam kertas ini, anggaran parameter bagi taburan GL berdasarkan LMT dirumuskan. Objektif kajian melihat kembali kaedah LMT dan mengembangkan penggunaan kaedah ini bagi taburan GL dengan tiga parameter. Tumpuan kajian ini adalah untuk melihat keupayaan kaedah LMT berbanding kaedah LMOM dalam menganggar kuantil taburan pada bahagian teratas taburan untuk kes dimana wujud titik terencil dalam data. Kesesuaian kaedah LMT dan LMOM dipersembahkan berdasarkan dua contoh data yang diperolehi dari Sungai Langat Selangor dan Sungai Muda Kedah. Kajian simulasi dibina berdasarkan ciri-ciri sungai tersebut bagi membandingkan kaedah LMT dan LMOM dalam menganggar kuantil pada bahagian atas taburan GL.

TABURAN LOGISTIK TERITLAK

Menurut laporan yang diterbitkan oleh "Flood Estimation Handbook", taburan GL telah menjadi taburan piawai dalam analisis frekuensi banjir di United Kingdom (Robson & Reed, 1999) dan telah digunakan dengan meluas dalam hidrologi (Ashkar & Mahdi, 2006). Fungsi ketumpatan kebarangkalian dan fungsi taburan kumulatif masing-masing boleh ditulis sebagai

$$f(x) = \frac{1}{\alpha} \left\{ 1 - k \left(\frac{x - \xi}{\alpha} \right)^{\frac{1}{k}} \right\}^{\frac{1}{k} - 1} \left[1 + \left\{ 1 - k \left(\frac{x - \xi}{\alpha} \right)^{\frac{1}{k}} \right\}^{\frac{1}{k}} \right]^2 \quad (1)$$

$$F(x) = \left[1 + \left[1 + \left\{ 1 - k \left(\frac{x - \xi}{\alpha} \right)^{\frac{1}{k}} \right\}^{\frac{1}{k}} \right]^2 \right]^{-1} \quad (2)$$

Kuantil bagi taburan GL adalah

$$x(F) = \xi + \frac{\alpha}{k} \left[1 - \left\{ \frac{1 - F}{F} \right\}^k \right] \quad (3)$$

dengan ξ , α dan k parameter lokasi, skala dan bentuk masing-masing. Pembolehubah x akan berada dalam julat $\xi + \frac{\alpha}{k} \leq x < \infty$ untuk $k < 0$ dan $-\infty \leq x < \xi + \frac{\alpha}{k}$ untuk $k > 0$.

LH-MOMEN BAGI TABURAN LOGISTIK TERITLAK

Momen berpemberat kebarangkalian (MBK) bagi taburan GL boleh ditulis sebagai

$$B_r = \frac{1}{(r+1)} \left(\xi + \frac{\alpha}{k} \right) - \frac{\alpha \Gamma(1+k) \Gamma(r+1-k)}{k \Gamma(r+2)} \quad (4)$$

dengan $\Gamma(\cdot)$ adalah fungsi gamma. Tiga LMT yang pertama bagi taburan GL boleh ditulis sebagai

$$\lambda_1^\eta = B_\eta = \frac{1}{(\eta+1)} \left(\xi + \frac{\alpha}{k} \right) - \frac{\alpha \Gamma(1+k) \Gamma(\eta+1-k)}{k \Gamma(\eta+2)} \quad (5)$$

$$\lambda_2^\eta = \frac{1}{2} (\eta+2) [(\eta+2) B_{\eta+1} - (\eta+1) B_\eta] = \frac{(\eta+2) \alpha}{2 k} \Gamma(1+k) \left[\frac{-\Gamma(\eta+2-k)}{\Gamma(\eta+2)} + \frac{\Gamma(\eta+1-k)}{\Gamma(\eta+1)} \right] \quad (6)$$

$$\lambda_3^\eta = \frac{1}{3!} (\eta+3) [(\eta+1)(\eta+2) B_\eta - 2(\eta+2)(\eta+3) B_{\eta+1} + (\eta+3)(\eta+4) B_{\eta+2}] = \frac{(\eta+3) \alpha}{3! k} \Gamma(1+k) \left\{ (\eta+1)(\eta+2) \left[\frac{\Gamma(\eta+1-k)}{\Gamma(\eta+2)} \right] - 2(\eta+2)(\eta+3) \left[\frac{\Gamma(\eta+2-k)}{\Gamma(\eta+3)} \right] + (\eta+3)(\eta+4) \left[\frac{\Gamma(\eta+3-k)}{\Gamma(\eta+4)} \right] \right\} \quad (7)$$

Pekali variasi dan kepencongangan berasaskan LH-momen masing-masing adalah

$$\tau_2^\eta = \frac{\lambda_2^\eta}{\lambda_1^\eta} \quad (8)$$

$$\tau_3^\eta = \frac{\lambda_3^\eta}{\lambda_2^\eta} \quad (9)$$

L-MOMEN PERINGKAT TINGGI BAGI SAMPEL

Katakan $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots x_{(n)}$ adalah sampel tertib, tiga LMT yang pertama diberikan oleh

$$I_1^\eta = b_\eta \tag{10}$$

$$I_2^\eta = \frac{1}{2}(\eta+2)[(\eta+2)b_{\eta+1} - (\eta+1)b_\eta] \tag{11}$$

$$I_3^\eta = \frac{1}{3!}(\eta+3)[(\eta+1)(\eta+2)b_\eta - (\eta+2)(\eta+3)b_{\eta+1} + (\eta+3)(\eta+4)b_{\eta+2}] \tag{12}$$

dengan anggaran saksama bagi B_r diberikan oleh (Landwehr et al., 1979)

$$b_r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{(i-1)(i-2)\dots(i-r)}{(n-1)(n-2)\dots(n-r)} x_{(i)} \tag{13}$$

Pekali variasi dan kepencongkan bagi LH momen sampel masing-masing boleh ditulis sebagai

$$t_2^\eta = \frac{I_2^\eta}{I_1^\eta} \tag{14}$$

$$t_3^\eta = \frac{I_3^\eta}{I_2^\eta} \tag{15}$$

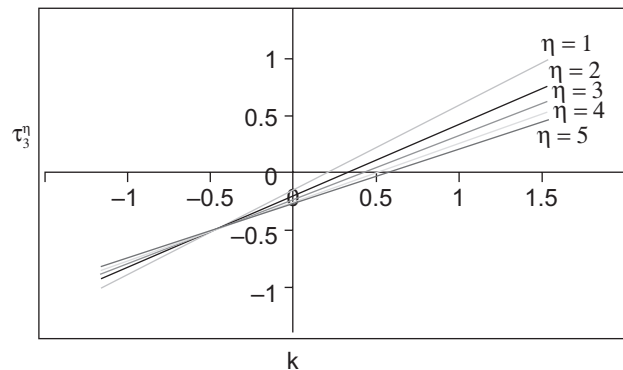
ANGGARAN PARAMETER BAGI TABURAN GL

Untuk satu sampel rawak, LMT boleh dianggarkan menggunakan persamaan (5)-(7). Tiga parameter ξ , α dan k bagi taburan GL boleh dianggarkan dengan memadankan tiga LMT yang pertama taburan dengan sampel yang berpadanan untuk η yang ditentukan. Bagi mendapatkan anggaran bagi k , hubungan pekali kepencongkan taburan dan kepencongkan sampel dari persamaan (9) dan (15) berikut digunakan

$$\tau_3^\eta = \frac{\lambda_3^\eta}{\lambda_2^\eta} = t_3^\eta \tag{16}$$

Parameter bentuk taburan GL bagi kaedah LMT didapati tidak boleh diungkapkan dengan jelas sebagai satu fungsi, maka kaedah lelaran mesti digunakan. Hubungan antara τ_3^η dan k persamaan (16) untuk τ_3^η berada dalam selang $[-1, 0, 1.0]$ dan $\eta = 1, \dots, 5$ boleh ditunjukkan dalam Rajah 1.

Oleh kerana hubungan antara τ_3^η dan k untuk sebarang η menghasilkan garis lurus, maka persamaan regresi linear didapati sesuai bagi mendapatkan anggaran bagi parameter k . Jadual 1 menunjukkan persamaan regresi bagi menganggar parameter k berdasarkan LMT untuk $\eta = 0, 1, 2, 3, 4$ dan 5 .



Rajah 1. Hubungan antara τ_3^η dan k untuk $\eta = 1, 2, 3, 4$ dan 5

Jadual 1. Nilai \hat{k} Bagi Taburan GL Berdasarkan Kaedah LMT untuk $\eta = 0, 1, 2, 3, 4$ dan 5

η	Anggaran parameter
0	$\hat{k} = -t_3$
1	$\hat{k} = 0.2 - 1.35t_3$
2	$\hat{k} = 0.3333 - 1.60t_3$
3	$\hat{k} = 0.4286 - 1.7857 t_3$
4	$\hat{k} = 0.5 - 1.9286 t_3$
5	$\hat{k} = 0.5556 - 2.0417 t_3$

Anggaran parameter yang lain seterusnya boleh diperolehi secara terus melalui persamaan (6) dan (5) dan boleh ditulis sebagai

$$\alpha = \frac{2kI_2^\eta}{\Gamma(\eta + 2)(\eta + 2)} \left[\frac{-\Gamma(\eta + 2 - k)}{\Gamma(\eta + 2)} + \frac{\Gamma(\eta + 1 - k)}{\Gamma(\eta + 1)} \right]^{-1} \quad (17)$$

dan

$$\xi = (\eta + 1) \left[I_1^\eta + \frac{\alpha}{k} \frac{\Gamma(1+k)\Gamma(\eta+1-k)}{\Gamma(\eta+2)} \right] - \frac{\alpha}{k} \quad (18)$$

DATA KAJIAN DAN SIMULASI BAGI TABURAN GL

Data Kajian

Bagi melihat keupayaan kaedah LMT berbanding kaedah LMOM bagi menganggar parameter taburan GL untuk kes dimana data kajian mengandungi titik terpencil, dua contoh data aliran tahunan digunakan. Data tersebut dipilih kerana ianya mengandungi titik terpencil yang

bersesuaian dengan tujuan kajian. Penekanan ini dibuat disebabkan nilai aliran sungai pada bahagian hujung atas selalunya menggambarkan peristiwa banjir, yang telah mengakibatkan kehilangan dan kemusnahan nyawa dan harta benda. Taburan yang dapat dengan dipadankan pada bahagian hujung atas taburan data adalah begitu penting bagi mendapatkan kebolehpercayaan dalam meramalkan risiko.

Data contoh pertama diperolehi daripada puncak aliran tahunan Sungai Langat Selangor (No. stesen 2917401) yang mempunyai rekod data sebanyak 25 tahun bermula dari 1978-2002. Stesen ini mempunyai keluasan kawasan tadahan 380 km². Data contoh kedua diperolehi dari Sungai Muda Kedah (no. stesen 5806414) yang mengandungi 40 tahun rekod bermula dari tahun 1960-2002, dengan data pada 1994, 1995 dan 1996 didapati rekodnya hilang. Stesen in mempunyai keluasan 1710 km². Dua contoh data kajian dapat ditunjukkan dalam Jadual 2 untuk Sungai Langat dan Jadual 3 untuk Sungai Muda.

Jadual 2. Puncak Aliran Tahunan Maksimum (m³/s) Bagi Sungai Langat Selangor

Tahun	Data	Tahun	Data	Tahun	Data	Tahun	Data
1978	31.08	1985	85.80	1992	25.66	1999	23.79
1979	35.31	1986	31.29	1993	85.41	2000	49.32
1980	39.12	1987	36.08	1994	36.71	2001	24.85
1981	44.93	1988	48.00	1995	56.24	2002	45.75
1982	207.10	1989	41.83	1996	37.20		
1983	40.50	1990	28.37	1997	45.74		
1984	55.69	1991	50.79	1998	14.24		

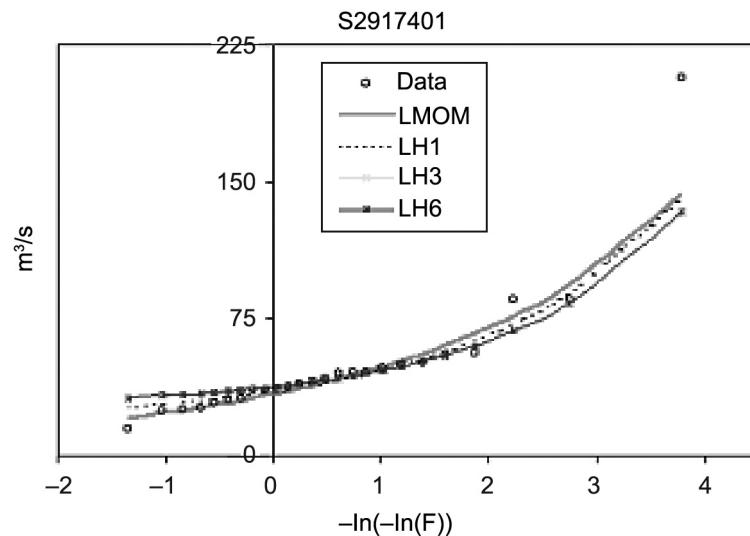
Jadual 3. Puncak Aliran Tahunan Maksimum (m^3/s) Bagi Sungai Muda Kedah

Tahun	Data	Tahun	Data	Tahun	Data	Tahun	Data
1960	311.82	1970	249.77	1980	312.10	1990	215.73
1961	154.37	1971	229.82	1981	237.38	1991	256.48
1962	211.55	1972	473.5	1982	160.33	1992	127.64
1963	297.01	1973	969.27	1983	255.72	1993	122.86
1964	269.03	1974	122.75	1984	162.06	1997	169.29
1965	85.19	1975	368.89	1985	207.67	1998	354.81
1966	25.93	1976	219.16	1986	290.95	1999	274.98
1967	250.42	1977	203.34	1987	380.96	2000	288.97
1968	114.53	1978	134.95	1988	237.21	2001	131.24
1969	147.33	1979	133.98	1989	174.85	2002	140.93

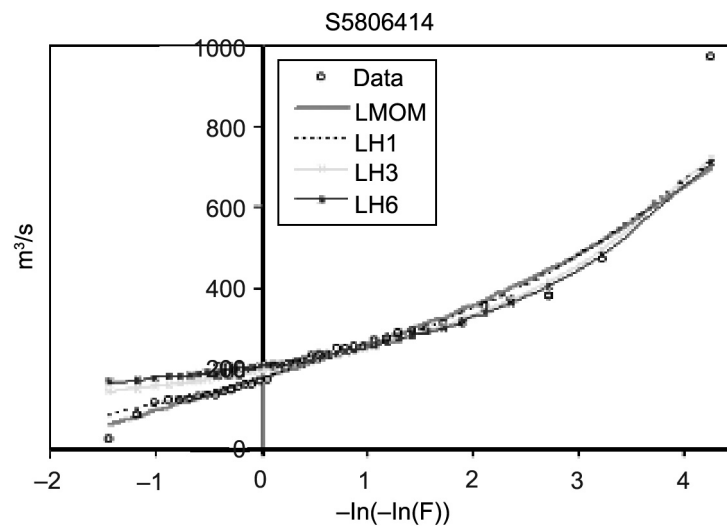
Data yang ditunjukkan dalam Jadual 2, mendapati puncak pada tahun 1982 dan Jadual 3 pada tahun 1973 terdiri daripada puncak tertinggi berbanding puncak aliran pada tahun-tahun yang lain. Puncak aliran sungai pada 1982 dipercayai nilai puncak tertinggi untuk sekurang-kurangnya 20 tahun (1875-2005), manakala pada 1973 pula puncak tertinggi untuk sekurang-kurangnya 40 tahun (1960-2002).

Dalam kajian ini hanya LMT peringkat 1, 3 dan 5 (LMT1, LMT3, LMT5) dikaji kerana LMT yang lain memberikan hasil keputusan yang hampir sama. Nilai puncak aliran sungai tahunan dan keluk frekuensi yang berpadanan untuk kedua-

dua set data diplotkan dalam Rajah 2 untuk Sungai Langat dan Rajah 3 untuk Sungai Muda. Nilai cerapan data diplotkan melawan variasi pengurangan EV1, $-\log(-\log F)$ menggunakan plot kedudukan Cunnane (1989). Rajah 2 dan Rajah 3 menunjukkan bahawa kedua-dua contoh data kajian didapati keluk frekuensi yang diperolehi oleh kesemua kaedah penganggar parameter hampir sama antara satu sama lain terutamanya dibahagian tengah dan bawah taburan tetapi tiada satu kaedah yang sesuai untuk dipadankan dengan bahagian teratas taburan data.



Rajah2. Perbandingan antara cerapan dan anggaran bagi Sungai Langat Selangor



Rajah 3. Perbandingan antara cerapan dan anggaran bagi Sungai Muda Kedah

SIMULASI KAJIAN

Simulasi Monte Carlo dilakukan untuk menyelidiki kesan penggunaan kaedah LMT dan LMOM untuk menganggar kuantil pada bahagian atas taburan GL dengan wujudnya titik terpencil. Bagi setiap simulasi, sebanyak 10000 sampel digunakan bagi mendapat pincang dan punca min ralat kuasa dua (PMRK) bagi anggaran kuantil. Simulasi dilakukan dengan mempertimbangkan sampel bersaiz, $n = 15, 20, 30, 40, 60$ dan 100 . Pincang dan PMRK masing-masing ditakrifkan sebagai

$$\text{Pincang} = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x}_i) \right)$$

dan

$$\text{PMRK} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - \hat{x}_i}{x_i} \right)^2}$$

dengan x_i adalah nilai cerapan sebenar dan \hat{x}_i adalah nilai anggaran.

Parameter taburan GL populasi diperolehi menggunakan kaedah LMOM berdasarkan data contoh yang ditunjukkan Jadual 2 dan Jadual 3 masing-masing tanpa nilai puncak aliran pada tahun 1982 bagi Sungai Langat dan pada tahun 1973 bagi Sungai Muda. Parameter taburan GL populasi adalah ($\xi = 39.449, \alpha = 8.569, k = -0.1897$) bagi Sungai Langat dan ($\xi = 210.053, \alpha = 50.885, k = -0.1897$) bagi Sungai Muda. Kajian ini tertumpu kepada kuantil $F = 0.9, 0.99$ dan 0.999 yang berpadanan dengan $T = 10, 100$ dan 1000 tahun kerana ianya lebih diminati dalam kajian banjir.

Untuk setiap simulasi, sampel bersaiz $n-1$ dijana, satu titik data nilai terpencil tertinggi iaitu $969.27 \text{ m}^3/\text{s}$ bagi Sungai Muda dan $207.10 \text{ m}^3/\text{s}$ bagi Sungai Langat ditambah kepada setiap sampel. Hasil simulasi ditunjukkan dalam Jadual 4 berdasarkan sebutan pincang.

Jadual 4 menunjukkan hasil keputusan yang diperolehi berdasarkan data populasi yang dijana dari Sungai Langat dan Sungai Muda memberikan keputusan yang hampir sama dalam sebutan pincang. Jadual 4 menunjukkan bahawa apabila nilai n semakin bertambah, nilai pincang untuk setiap kaedah didapati semakin berkurang. Hasil simulasi untuk kedua-dua sungai didapati kaedah LMT memberikan kesesuaian yang baik untuk $F = 0.90$ dan LMOM baik untuk $F = 0.999$. Pada $F = 0.9$, bagi data populasi diperolehi dari Sungai Langat, LMT5 lebih baik berbanding LMOM untuk $n \leq 30$, LMT3 untuk $n \leq 20$ dan LMT1 untuk $n = 15$. Manakala bagi Sungai Muda, kaedah LMT3 lebih baik berbanding L-momen untuk $n = 15$ dan LMT5 untuk $n \leq 20$.

Hasil analisis berasas PMRK juga diperolehi untuk kuantil $F = 0.9, 0.99$ dan 0.999 , dianggarkan menggunakan L-momen, LMT1, LMT3 dan LMT5. Kecekapan anggaran, ϕ digunakan untuk mengukur kecekapan kaedah LMT berbanding kaedah LMOM dalam memodelkan taburan GL. Kecekapan anggaran, ϕ ditakrifkan sebagai

$$\phi = \frac{\text{PMRK bagi kaedah LMT}}{\text{PMRK bagi kaedah LMOM}}$$

Nilai ϕ kurang daripada satu mencadangkan bahawa kaedah LMT lebih baik berbanding

kaedah LMOM. Hasil keputusan simulasi berdasarkan kecekapan anggaran ϕ bagi taburan GL dapat ditunjukkan di Jadual 5. Kecekapan anggaran bagi kaedah LMT didapati semakin berkurang apabila nilai η semakin bertambah untuk kesemua saiz sampel. Kaedah LMT didapati mempunyai keupayaan menganggar kuantil yang lebih baik berbanding LMOM untuk $F = 0.9$ dan tidak sebaik LMOM untuk $F = 0.999$ bagi kedua-dua sungai. Untuk $F = 0.9$, bagi data yang dijana dari sungai Langat, LMOM didapati lebih baik berbanding LMT untuk hampir kesemua saiz

sampel kecuali bagi LMT5 untuk $n \leq 30$, LMT3 untuk $n \leq 20$ dan LMT1 untuk $n = 15$, manakala bagi data yang dijana dari Sungai Muda, LMT3 lebih baik hanya untuk $n = 15$ dan LMT5 untuk $n \leq 20$.

Secara umumnya, pemeriksaan keatas Jadual 4 dan 5 menunjukkan bahawa LMT menghasilkan pincang dan PMRK lebih rendah berbanding kaedah LMOM untuk $F = 0.90$ manakala LMOM lebih sesuai untuk $F \leq 0.9$. Kaedah LMT3 dan LMT5 secara umumnya sesuai digunakan untuk $F = 0.9$ bila saiz sampel yang kecil ($n \leq 20$) digunakan.

Jadual 4. Pincang Bagi Penganggar LH-Momen Bagi Taburan GL Dengan Data Dijana Berdasarkan Sungai Langat Dan Sungai Muda

n	Kaedah	Sungai Langat			Sungai Muda		
		F = 0.90	F=0.99	F=0.999	F = 0.90	F=0.99	F=0.999
15	LMOM	0.330	1.575	4.716	0.339	1.439	4.009
	LH1	0.239	1.540	5.494	0.241	1.498	5.220
	LH3	0.172	1.357	5.576	0.153	1.353	5.789
	LH5	0.160	1.210	5.218	0.126	1.200	5.600
20	LMOM	0.267	1.206	3.329	0.273	1.082	2.768
	LH1	0.193	1.227	4.067	0.198	1.174	3.755
	LH3	0.128	1.120	4.409	0.120	1.108	4.453
	LH5	0.110	1.015	4.297	0.092	1.004	4.500
30	LMOM	0.199	0.824	2.056	0.197	0.716	1.651
	LH1	0.148	0.876	2.612	0.148	0.814	2.310
	LH3	0.095	0.845	3.023	0.087	0.819	2.950
	LH5	0.076	0.789	3.095	0.059	0.767	3.160
40	LMOM	0.155	0.614	1.442	0.154	0.529	1.147
	LH1	0.117	0.670	1.868	0.118	0.617	1.631
	LH3	0.071	0.667	2.255	0.067	0.645	2.164
	LH5	0.051	0.633	2.385	0.042	0.619	2.395
60	LMOM	0.110	0.409	0.901	0.108	0.350	0.712
	LH1	0.084	0.459	1.183	0.086	0.417	1.012
	LH3	0.051	0.475	1.474	0.050	0.455	1.379
	LH5	0.034	0.462	1.606	0.029	0.450	1.577
80	LMOM	0.085	0.305	0.649	0.082	0.257	0.505
	LH1	0.066	0.346	0.854	0.066	0.310	0.718
	LH3	0.040	0.366	1.080	0.038	0.347	0.992
	LH5	0.025	0.361	1.195	0.021	0.350	1.155
100	LMOM	0.069	0.243	0.504	0.068	0.207	0.398
	LH1	0.054	0.278	0.665	0.056	0.250	0.559
	LH3	0.033	0.298	0.847	0.034	0.283	0.773
	LH5	0.020	0.297	0.945	0.019	0.289	0.905

Jadual 5. Kecekapan anggaran Bagi Kaedah LH-momen Berbanding Kaedah L-momen Dengan Data Dijana Bagi Taburan GL

n	Kaedah	Sungai Langat			Sungai Muda		
		F = 0.90	F=0.99	F=0.999	F = 0.90	F=0.99	F=0.999
15	LH1	0.84	0.98	1.15	0.80	1.04	1.28
	LH3	0.83	0.89	1.17	0.69	0.96	1.41
	LH5	0.93	0.83	1.11	0.71	0.88	1.37
20	LH1	0.83	1.02	1.20	0.81	1.08	1.33
	LH3	0.77	0.95	1.30	0.68	1.03	1.56
	LH5	0.82	0.89	1.27	0.68	0.96	1.58
30	LH1	0.84	1.05	1.24	0.83	1.12	1.36
	LH3	0.76	1.03	1.42	0.67	1.13	1.71
	LH5	0.78	0.98	1.44	0.65	1.08	1.83
40	LH1	0.85	1.08	1.26	0.84	1.15	1.38
	LH3	0.74	1.08	1.49	0.68	1.19	1.79
	LH5	0.74	1.04	1.57	0.65	1.16	1.97
60	LH1	0.86	1.10	1.27	0.86	1.16	1.38
	LH3	0.76	1.13	1.54	0.71	1.25	1.82
	LH5	0.75	1.11	1.66	0.68	1.24	2.06
80	LH1	0.88	1.11	1.27	0.88	1.17	1.37
	LH3	0.78	1.15	1.55	0.74	1.29	1.83
	LH5	0.77	1.14	1.69	0.71	1.29	2.10
100	LH1	0.88	1.11	1.27	0.90	1.17	1.35
	LH3	0.80	1.17	1.56	0.77	1.29	1.80
	LH5	0.79	1.16	1.70	0.74	1.31	2.06

KESIMPULAN

Penggunaan kaedah L-momen peringkat tinggi (LMT) dicadangkan dan diperiksa untuk menganggar taburan frekuensi banjir. Kaedah LMT digunakan untuk menganggar parameter dan kuantil bagi taburan GL. Satu kajian simulasi dengan memberi penekanan kepada hujung atas taburan ($F \geq 0.90$) untuk taburan GL dengan kehadiran titik terpencil puncak aliran sungai dikaji. Simulasi kajian menunjukkan bahawa kaedah LMT merupakan kaedah penganggar yang pincang berbanding kaedah LMOM untuk $F = 0.90$ tetapi lebih teguh dan konsisten untuk $F = 0.999$. Pada $F = 0.9$, LMT sesuai digunakan untuk sampel bersaiz kecil.

Secara keseluruhannya bagi kaedah LMT, keupayaan kaedah LMT3 dan LMT5 didapati setanding bagi menganggar hujung atas taburan. Oleh itu dalam kajian ini, nilai LMT3 ($\eta = 3$) didapati paling sesuai kerana ianya lebih ringkas dan tidak memerlukan pemberat yang besar serta secara umumnya lebih baik dalam menganggar kuantil taburan GL.

Kedua-dua kaedah LMOM dan LMT didapati sesuai digunakan bagi menganggar parameter taburan GL. Seterusnya, gabungan kedua-dua kaedah ini boleh digunakan bagi meningkatkan keupayaan untuk menganggar kuantil terutama pada bahagian atas taburan.

RUJUKAN

- Ashkar, F. & Mahdi, S. 2003. Comparison of Two Fitting Methods for the Log-Logistic Distribution. *Water Resources Research* 39(8): SWC7-1.
- Ashkar, F. & Mahdi, S. 2006. Fitting the Log-Logistic Distribution by Generalized Moments. *Journal of Hydrology* 328:694-703.
- Cunnane, C. 1989. Statistical distributions for flood frequency analysis. *World Meteorological*

- Organization Operational Hydrology Report. No.33.
- Hosking, J.R.M. 1990. L-moments: Analysis and Estimation of Distribution Using Linear Combinations of Order Statistics. *J. Royal Statistical Society, Series B* 52:105-124.
- Hosking, J.R.M. & Wallis, J.R. 1997. *Regional Frequency Analysis: An approach based on L-Moments* Cambridge: Cambridge University press.
- Landwehr, J.M., Matalas N.C. & Wallis J.R. (1979). Probability weighted moments compared with some traditional techniques in estimating Gumbel parameters and quantiles. *Water Resources Research* 15(5):1055-064.
- Martins, E.S. & Stedinger, J.R. 2000. Generalized Maximum-Likelihood Generalized Extreme-Value Quantile Estimators for Hydrologic Data. *Water Resources Research* 36(3):737-744.
- Modarres, R., Nayak, T.K. & Gastwirth J.L. 2002. Estimation of Upper Quantiles Under Model and Parameter Uncertainty. *Computational Statistics & Data Analysis* 39:529-554.
- Rasmussen, P. 2001. Generalized Probability Weighted Moments: Application to the generalized Pareto Distribution. *Water Resources Research* 37(6):1745-1751.
- Robson, A.J. & Reed, D.W. 1999. *Flood Estimation Handbook Vol. 3: Statistical procedures for flood frequency estimation*. Institute of Hydrology, Wallingford.
- Wang, Q.J. 1997. Using Higher Probability Weighted Moments for Flood Frequency Analysis. *Journal of Hydrology* 194:95-106.