

ESTIMATE ON THE SECOND HANKEL FUNCTIONAL FOR FUNCTIONS WHOSE DERIVATIVE HAS A POSITIVE REAL PART

(Anggaran Fungsian Hankel Kedua bagi Fungsi dengan
Terbitan Bahagian Nyata Positif)

AINI JANTENG, SUZEINI ABDUL HALIM & MASLINA DARUS

ABSTRACT

Denote S to be the class of functions which are analytic, normalised and univalent in the open unit disc $D = \{z : |z| < 1\}$. Also denote R to represent the subclass of S whose derivative has a positive real part. Next, write $f(z) = z + \sum_{n=2}^{\infty} a_n z^n$ where a_n is a complex constant and denote the q th Hankel determinant for f as $H_q(n)$ for $q \geq 1, n \geq 1$. Our intention is to seek sharp upper bounds for $H_2(n)$, however, we begin by first looking at $H_2(2)$. In this paper, we give the upper bound for the second Hankel determinant for this particular class of functions.

Keywords: Hankel determinant; upper bound

ABSTRAK

Lambangkan S sebagai kelas fungsi yang terdiri daripada fungsi-fungsi analisis, ternormal dan univalen di dalam cakera unit terbuka $D = \{z : |z| < 1\}$. Lambangkan juga R sebagai subkelas bagi S yang terdiri daripada fungsi-fungsi dengan terbitannya mempunyai bahagian nyata yang positif. Seterusnya dapat diungkapkan bahawa $f(z) = z + \sum_{n=2}^{\infty} a_n z^n$ dengan a_n adalah pemalar kompleks dan lambangkan penentu Hankel ke- q bagi f sebagai $H_q(n)$ untuk $q \geq 1, n \geq 1$. Makalah ini bertujuan untuk mendapatkan batas atas terbaik bagi $H_2(n)$, namun, ianya dimulakan dengan melihat $H_2(2)$. Dalam makalah ini, batas atas bagi penentu Hankel kedua diberikan.

Kata kunci: penentu Hankel; batasan atas

References

- Ehrenborg R. 2000. The Hankel determinant of exponential polynomials. *American Mathematical Monthly* **107**: 557-560.
- Fekete M. & Szegő G. 1933. Eine Bemerkung über ungerade schlichte Funktionen. *J. London Math. Soc.* **8**: 85-89.
- Grenander U. & Szegő G. 1958. *Toeplitz forms and their application*. Berkeley: Univ. of California Press.
- Layman J.W. 2001. The Hankel transform and some of its properties. *J. of Integer Sequences* **4**: 1-11.
- Noonan J.W. & Thomas D.K. 1976. On the second Hankel determinant of areally mean p -valent functions. *Trans. Amer. Math. Soc.* **223**(2): 337-346.
- Noor K.I. 1983. Hankel determinant problem for the class of functions with bounded boundary rotation. *Rev. Roum. Math. Pures Et Appl.* **28**(8): 731-739.
- Pommerenke Ch. 1975. *Univalent functions*. Göttingen: Vandenhoeck and Ruprecht.

*School of Science and Technology
Universiti Malaysia Sabah
Locked Bag No. 2073
88999 Kota Kinabalu, Sabah
MALAYSIA
E-mail : aini_jg@ums.edu.my**

*Institute of Mathematical Sciences
Faculty of Science
Universiti Malaya
50603 Kuala Lumpur
MALAYSIA
E-mail: suzeini@um.edu.my*

*School of Mathematical Sciences
Faculty of Science and Technology
Universiti Kebangsaan Malaysia
43600 Bangi, Selangor D.E.
MALAYSIA
E-mail: maslina@ukm.my*

* Corresponding author