

Latihan

1. Dengan menggunakan kaedah pembahagi dua, kaedah kedudukan palsu, kaedah Newton-Raphson dan kaedah sekan, dapatkan punca fungsi berikut dalam julat $[1,2]$:

$$f(x) = x^3 - x^2 - x - 1$$

Gunakan kriteria penamat sebagai 0.05%.

2. Dengan menggunakan kaedah pembahagi dua dengan kriteria penamat 1%, selesaikan persamaan-persamaan tidak linear berikut:

- a. $x^3 - 2x - 1 = 0$ dalam julat $[1, 2]$,
- b. $\sin 2x = e^{x-1}$ dalam julat $[0, 0.5]$,
- c. $\ln(x+1) = x^2 - 1$ dalam julat $[1, 2]$.

Ulang dengan menggunakan kaedah kedudukan palsu dengan kriteria penamat sebagai 0.05%.

3. Dengan menggunakan kaedah Newton-Raphson kriteria penamat 0.01%, selesaikan persamaan-persamaan tidak linear berikut:

- a. $x^3 - 2x - 1 = 0$ dengan nilai awal $x_0 = 1.5$,
- b. $\sin 2x = e^{x-1}$ dengan nilai awal $x_0 = 0.25$,
- c. $\ln(x+1) = x^2 - 1$ dengan nilai awal $x_0 = 1.5$.

Ulang dengan menggunakan kaedah sekan dengan kriteria penamat sebagai 0.005%.

4. Diberi fungsi polinomial berikut:

$$f(x) = x^4 - x^3 + x^2 - x + 1$$

Dengan menggunakan kaedah sekan, dapatkan penyelesaian bagi $f(x) = 2$. Gunakan nilai-nilai awal untuk x sebagai 1 dan 2 dan kriteria penamat 0.05%. Seterusnya, ulang dengan menggunakan kaedah Müller dengan nilai-nilai awal untuk x sebagai 1, 1.5 dan 2 dan kriteria penamat 0.05%.

5. Formula aliran gelora penuh dalam saluran penyejuk sebuah enjin jet diberikan oleh

$$\sqrt{f} \ln \left(\frac{R\sqrt{f}}{2.51} \right) - 1.1513 = 0$$

dengan f adalah faktor geseran dan R adalah nombor Reynolds. Dengan menggunakan kaedah grafik, didapati punca pertama bagi persamaan di atas berada dalam julat $0 < f < 0.05$. Gunakan kaedah berikut dengan kriteria penamat 0.01% bagi mendapatkan nilai f jika $R = 20,000$:

- a. Kaedah pembahagi dua.
- b. Kaedah sekan, dengan nilai-nilai awal 0.01 dan 0.05.

6. Dapatkan titik persilangan dua garis persamaan berikut:

$$\begin{aligned} g(s) &= s^6 \\ h(s) &= s + 1 \end{aligned}$$

dengan menggunakan kaedah kedudukan palsu dan kaedah Newton-Raphson. Dengan menggunakan julat $[1, 1.5]$, jalankan pengiraan sehingga sekurang-kurangnya 5 lelaran, serta kirakan ralat hampiran dan ralat sebenar jika penyelesaian sebenar berlaku pada $s = 1.13472$.

7. Pertimbangkan satu persamaan juzuk:

$$\tan u = 1 + u$$

Dengan menggunakan kaedah grafik, untuk $u \geq 0$, didapati punca pertamanya berada dalam julat $\frac{1}{4}\pi < u < \frac{1}{2}\pi$.

- a. Gunakan kaedah Newton-Raphson untuk mendapatkan nilai punca yang lebih tepat, dan jalankan pengiraan anda sehingga ralat penghampirannya mencapai 0.1%.
- b. Jika nilai awal dipilih sebagai $u \leq \frac{1}{4}\pi$ atau $u \geq \frac{1}{2}\pi$, kaedah ini tidak akan menumpu pada punca di atas. Jelaskan dengan ringkas mengapa perkara ini berlaku.

8. Pertimbangkan persamaan berikut:

$$4 \sin x = e^x$$

Dengan menggunakan kaedah grafik, didapati punca pertamanya berada dalam julat $0 < x < \frac{1}{2}\pi$.

- a. Gunakan kaedah Newton-Raphson mendapatkan nilai punca dengan nilai-nilai awal 0 dan $\frac{1}{2}\pi$. Jalankan pengiraan anda sehingga ralat penghampiran mencapai 0.1%.
- b. Bandingkan kedua-dua jawapan. Jika terdapat perbezaan jelaskan dengan ringkas mengapa perkara ini berlaku.

9. Jika diketahui bahawa salah satu punca dari persamaan berikut:

$$f(x) = e^x \sin x - x^2$$

berada dalam julat $[2, 3]$, dapatkan punca tersebut dengan menggunakan kaedah Newton-Raphson dan kaedah sekan.

10. Persamaan berikut mempunyai penyelesaian dalam julat $[-1, 0]$:

$$x + e^{-Bx^2} \cos x = 0, \quad B > 0$$

Gunakan kaedah Newton-Raphson untuk mencari penyelesaian tersebut untuk nilai-nilai $B = 1, 5, 10, 25$ dan 50 . Terangkan kelakuan lelaran bila B menjadi semakin besar.

11. Fungsi berikut mempunyai banyak punca dalam julat $[1, 2]$:

$$f(x) = x \cos\left(\frac{x}{x-2}\right)$$

Gunakan kaedah grafik dengan langkah 0.05 untuk menganggarkan tiga punca pertama. Seterusnya, gunakan kaedah Newton-Raphson terubahsuai untuk mendapatkan ketiga-tiga punca tersebut. Ulang proses ini dengan menggunakan kaedah sekan.

12. Gunakan kaedah Bairstow untuk mendapatkan semua punca nyata dan kompleks bagi fungsi-fungsi polinomial berikut:

- a. $f(x) = x^3 - 4x^2 + 3x + 1,$
- b. $f(x) = x^4 - x^3 + x^2 - x + 1,$
- c. $f(x) = x^5 + x^4 - 20x^3 - 42x^2 - 40x - 24.$

Gunakan faktor kuadratik awal x^2 dan kriteria penamat 0.01%.

13. Hubungan faktor geseran f bagi aliran dalam sebuah peredam dengan nombor Reynolds R_e diberikan oleh:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = \frac{1}{k} \ln(R_e \sqrt{f}) + \left(14 - \frac{5.6}{k}\right)$$

dengan k ialah pemalar kekasaran dinding dalaman peredam dan bernilai 0.28. Apakah nilai f jika $R_e = 3,750$.

14. Selesaikan sistem persamaan tidak linear berikut:

$$xyz - x^2 + y^2 = 1.34$$

$$xy - z^2 = 0.09$$

$$e^x - e^y + z = 0.41$$

Gunakan kedudukan awal $(x_0, y_0, z_0) = (0, -1, 0)$ dan kriteria penamat 0.1%.

15. Bangunkan formulasi, algoritma dan prosedur lelaran untuk menilai punca kuasa dua bagi suatu nombor nyata yang positif melalui kaedah Newton-Raphson. Seterusnya, bangunkan suatu aturcara komputer bagi menjalankan fungsi tersebut.