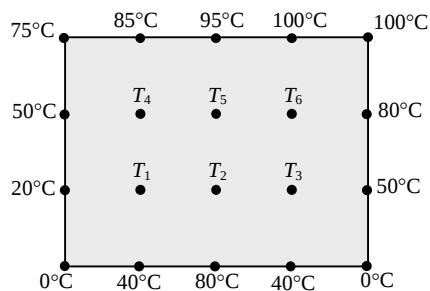


Latihan

1. Sebuah plat logam berdimensi $8 \times 6 \text{ cm}^2$ seperti yang ditunjukkan dalam rajah di bawah mempunyai suhu tertentu di sempadannya. Jika taburan suhu ini mematuhi persamaan Laplace, iaitu

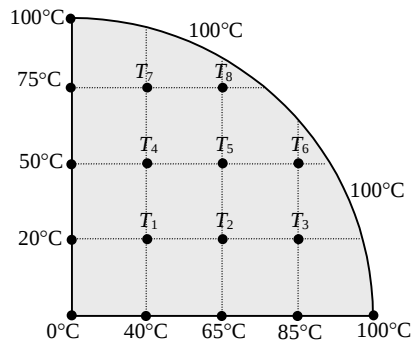
$$\nabla^2 T = 0$$



Dengan menggunakan pendekatan beza terhingga dan mengambil saiz langkah $h = 2 \text{ cm}$:

- a. Jalan proses pendiskretan bagi persamaan Laplace di atas dan dapatkan sistem persamaan yang mewakili penyelesaian kepada penyelesaian kepada taburan suhu T_i .
 - b. Selesaikan sistem yang diperolehi dalam (a) menggunakan kaedah lelaran Gauss-Seidel.
2. Sebuah sukuan cakera berjejari 8 cm seperti yang ditunjukkan dalam rajah di bawah mempunyai suhu tertentu di sempadannya, sementara suhu ditetapkan 100°C di jejarian 8 cm . Jika taburan suhu ini mematuhi persamaan Laplace, iaitu

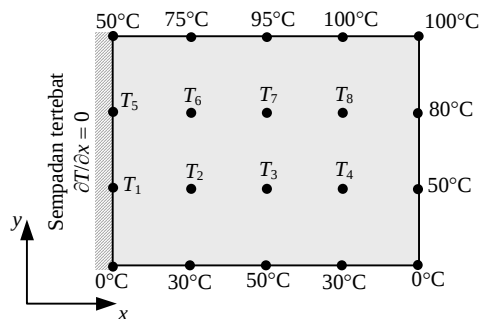
$$\nabla^2 T = 0$$



Dengan menggunakan sistem grid yang ditunjukkan:

- Jalan proses pendiskretan bagi persamaan Laplace di atas dan dapatkan sistem persamaan yang mewakili penyelesaian kepada taburan suhu T_i .
 - Selesaikan sistem yang diperolehi dalam (a).
3. Sebuah plat logam berdimensi $8 \times 6 \text{ cm}^2$ seperti yang ditunjukkan dalam rajah di bawah mempunyai suhu tertentu di sempadannya, dan sempadan di sebelah kirinya ditebat di mana keadaannya adalah berbentuk kecerunan, iaitu $\partial T / \partial x = 0$. Jika taburan suhu ini mematuhi persamaan Laplace, iaitu

$$\nabla^2 T = 0$$

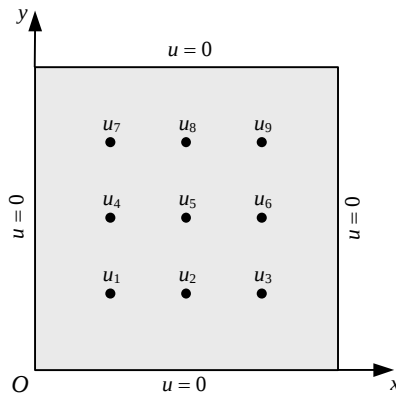


Dengan menggunakan pendekatan beza sehingga tengah untuk mewakili keadaan sempadan yang ditebat, dan mengambil saiz langkah $h = 2 \text{ cm}$:

- Jalan proses pendiskretan bagi persamaan Laplace di atas dan dapatkan sistem persamaan yang mewakili penyelesaian kepada taburan suhu T_i .
- Selesaikan sistem yang diperolehi dalam (a).

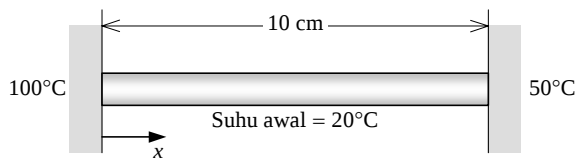
4. Sebuah plat logam berdimensi $8 \times 8 \text{ cm}^2$ seperti yang ditunjukkan dalam rajah di bawah mempunyai nilai kuantiti u sifar di setiap sempadan. Jika taburan kuantiti u ini mematuhi persamaan Poisson, iaitu

$$\nabla^2 u = x^2 + \frac{1}{2} y^2$$



Dengan menggunakan pendekatan beza terhingga dan mengambil saiz langkah $h = 2 \text{ cm}$:

- Jalan proses pendiskretan bagi persamaan Poisson di atas dan dapatkan sistem persamaan yang mewakili penyelesaian kepada u_i .
 - Selesaikan sistem yang diperolehi dalam (a).
5. Untuk rod logam yang panjangnya 10 cm , seperti ditunjukkan dalam rajah di bawah, persamaan pengaliran haba satu dimensi di antara kedua-dua hujungnya diberikan oleh hukum Fourier, iaitu:



$$\frac{\partial T}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

dengan T adalah suhu ($^{\circ}\text{C}$), x adalah koordinat linear di sepanjang rod (cm), t adalah masa (s) dan k adalah pekali pengaliran haba ($0.835 \text{ cm}^2/\text{s}$).

- Jalan proses pendiskretan bagi persamaan kebezaan separa di atas.

- b. Pada masa $t = 0$, suhu rod ialah $T(x,0) = 20^\circ\text{C}$, dan suhu di kedua-dua hujungnya ditetapkan sebagai $T(0,t) = 100^\circ\text{C}$ dan $T(10\text{ cm},t) = 50^\circ\text{C}$. Gunakan kaedah eksplisit bagi mendapatkan taburan suhu $T(x,t)$ di sepanjang rod tersebut untuk 2 saat pertama. Ambil langkah masa $\Delta t = 0.5$ saat dan langkah ruang $\Delta x = 2\text{ cm}$.

6. Dengan menggunakan kaedah implisit, selesaikan persamaan kekonduksian haba berikut:

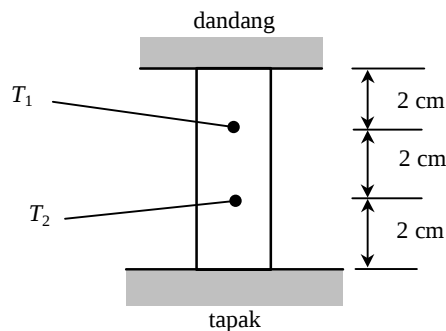
$$\frac{\partial}{\partial t}T(x,t) = \alpha \frac{\partial^2}{\partial x^2}T(x,t), \quad 0 < x < 10, \quad t > 0$$

dengan keadaan-keadaan sempadannya diberikan oleh

$$T(0,t) = 0, \quad T(10,t) = 100, \quad T(x,0) = 0.$$

Ambil nilai pemalar $\alpha = 10$ dan langkah masa $\Delta t = 0.1$, serta gunakan model yang mengandungi 5 grid. Bandingkan jawapan dengan kes apabila sela masa yang lebih panjang digunakan, iaitu $\Delta t = 0.3$.

7. Pertimbangkan satu daripada empat pencagak dandang seperti di bawah. Ia diperbuat dari keluli yang tingginya 6 cm. Suhu pada keadaan awal ialah 20°C . Kemudian dandang diisikan dengan air mendidih menyebabkan suhu pada pencagak dandang ialah 100°C . Pada bahagian tapak terdapat penyejuk yang menghendaki supaya suhu ditetapkan 20°C . Diberi kemeresapan haba, k ialah $0.835\text{ cm}^2/\text{s}$. Dapatkan suhu pada titik T_1 dan T_2 pada masa 1 hingga 5 saat sebaik sahaja dandang diisikan air dengan menggunakan kaedah eksplisit. Plotkan graf suhu melawan tinggi pencagak dan graf suhu melawan masa.



Ulang menggunakan kaedah implisit dan kaedah Crank-Nicolson.

(Anda boleh menambah titik selain T_1 dan T_2 dan memilih sela masa yang sesuai dalam pengiraan anda.)

8. Persamaan perolakan-kemeresapan berikut digunakan untuk mengira taburan kepekatan $c(x,t)$ dalam $[\text{mg}/\text{m}^3]$ terhadap jarak x dalam $[\text{m}]$ dan masa t dalam $[\text{min}]$ di sepanjang tiub kaca sebuah reaktor kimia:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - U \frac{\partial c}{\partial x} - kc$$

dengan D adalah pekali kemeresapan ($100 \text{ m}^2/\text{min}$), U adalah halaju dalam arah x ($1 \text{ m}/\text{min}$), dan k adalah kadar tindak balas (0.15 min^{-1}). Selesaikan persamaan di atas dengan menggunakan kaedah eksplisit untuk panjang tiub 1 m dengan langkah ruang 0.2 m dan langkah masa 0.1 min . Kemudian, ulang dengan menggunakan kaedah implisit.

9. Haba terjana dalam plat ($k = 0.8 \text{ W}/\text{m}^\circ\text{C}$) dengan kadar $4000 \text{ W}/\text{m}^3$. Ketebalan plat ialah 25 cm . Di bahagian permukaan luar plat terdedah kepada suhu udara ambien 30°C dengan pekali pemindahan haba olakan $20 \text{ W}/\text{m}^2\text{C}$. Tentukan taburan suhu dinding dengan permodelan dua unsur seperti yang ditunjukkan menggunakan kaedah unsur terhingga.

